

COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 FÉVRIER 1845.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'emploi des coordonnées curvilignes dans l'évaluation des surfaces, des volumes, des masses, etc.; par*
M. AUGUSTIN CAUCHY.

« J'ai donné à la Faculté des Sciences, dans mon cours de Mécanique, en décembre 1821, une méthode générale à l'aide de laquelle j'ai obtenu, pour un système quelconque de coordonnées curvilignes, des formules propres à la détermination des surfaces, des volumes, des masses, etc.... Ces formules se distinguent des formules du même genre données par Lagrange pour l'évaluation des surfaces et des volumes dans la *Théorie des fonctions analytiques*, en ce que les formules de Lagrange se déduisent de celles qui supposent les coordonnées rectangulaires, par un changement de variables, tandis que mes formules se trouvaient établies directement pour des coordonnées curvilignes quelconques. Leur démonstration se déduit aisément de la considération des quantités que j'ai désignées sous le nom de *rapports différentiels*, dans mes leçons à l'École Polytechnique, ainsi que dans les dernières livraisons de mes *Exercices d'Analyse*. L'em-

ploi des coordonnées curvilignes pouvant être utile, non-seulement dans la comparaison ou l'évaluation de diverses transcendentes, mais aussi dans les questions de mécanique rationnelle et de physique mathématique, comme l'ont prouvé le Mémoire de M. Ivory, relatif à l'attraction exercée par un ellipsoïde sur un point matériel, et plus récemment les travaux de M. Lamé; j'ai pensé que mes formules générales, qui sont d'ailleurs très-simples, pourraient même aujourd'hui n'être pas dépourvues d'intérêt pour les géomètres. Tel est le motif qui me détermine à les reproduire dans ce Mémoire, avec les théorèmes qu'elles fournissent. Je dirai ensuite, en peu de mots, comment on peut de ces formules passer à celles que Lagrange a données et à d'autres du même genre.

ANALYSE.

§ 1^{er}. *Formules générales pour la détermination des surfaces, des volumes, des masses, etc.*

» La position d'un point sur une surface plane ou courbe peut être déterminée par le moyen de deux coordonnées x, y , rectangulaires ou obliques, rectilignes ou curvilignes; et une ligne quelconque, tracée sur cette surface, peut être représentée par une équation qui renferme les deux variables x, y , ou au moins l'une d'entre elles.

» Pareillement, la position d'un point dans l'espace se trouve complètement déterminée par le moyen de trois coordonnées x, y, z , rectangulaires ou obliques, rectilignes ou curvilignes; et une surface quelconque peut être représentée par une équation qui renferme les trois variables x, y, z , ou deux de ces variables, ou au moins l'une d'entre elles.

» Lorsque les coordonnées, étant au nombre de deux, se rapportent aux divers points situés sur une même surface, les *lignes coordonnées* des x et y sont celles qui se trouvent représentées par les deux équations

$$x = 0 \quad \text{et} \quad y = 0.$$

L'*origine* des coordonnées est le point d'intersection de ces deux lignes, ou, en d'autres termes, le point dont les coordonnées se réduisent à zéro.

» Lorsque les coordonnées sont au nombre de trois, les *surfaces coordonnées* des y, z , des z, x et des x, y sont celles qui se trouvent représentées par les trois équations

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0.$$

Les *lignes coordonnées* des x , des y et des z sont les trois lignes suivant lesquelles se coupent les surfaces coordonnées. L'*origine* est le point commun aux trois surfaces et aux trois lignes coordonnées, ou, en d'autres termes, le point dont les trois coordonnées se réduisent à zéro.

» Cela posé, les propositions générales que nous avons établies dans les leçons données à la Faculté des Sciences, en décembre 1821, se réduisent aux suivantes :

» 1^{er} *Théorème*. La position d'un point, sur une surface plane ou courbe, étant déterminée par le moyen de deux coordonnées rectilignes ou curvilignes x, y ; cherchons l'aire comprise sur cette surface entre les quatre lignes droites ou courbes représentées par les quatre équations

$$x = x_0, \quad x = X,$$

$$y = y_0, \quad y = Y,$$

dans lesquelles x_0, X, y_0, Y désignent des valeurs particulières des variables x, y ; et soit

$$f(X, Y)$$

la valeur de cette aire, considérée comme fonction de X et de Y . Si l'on nomme A ce que devient l'aire dont il s'agit quand y_0, Y se transforment en deux fonctions données de la variable x ; alors, en posant, pour abrégér,

$$(1) \quad u = D_x D_y f(x, y),$$

on aura

$$(2) \quad A = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y u dy dx.$$

» 1^{er} *Corollaire*. On peut, dans la recherche de la fonction $f(X, Y)$ attribuer à x_0, y_0 des valeurs arbitraires, par exemple des valeurs nulles.

» 2^{me} *Corollaire*. La position d'un point dans un plan étant déterminée par deux coordonnées rectangulaires x, y , ou par deux coordonnées polaires p, r ; alors, en ayant égard au 1^{er} corollaire, on verra l'aire représentée par $f(X, Y)$ se réduire, dans le premier cas, à un rectangle, dans le second cas, à un secteur circulaire, et l'on trouvera, par suite, dans le

premier cas,

$$f(x, y) = xy, \quad u = 1,$$

$$A = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y dy \, dx,$$

dans le second cas,

$$x = p, \quad y = r,$$

$$f(x, y) = f(p, r) = \frac{1}{2} r^2 (1 - \cos p), \quad u = r \sin p,$$

$$A = \int_{p_0}^P \int_{r_0}^R r \sin p \, dr \, dp.$$

r_0, R désignent deux fonctions de p , et p_0, P deux quantités constantes.

» 2^e *Théorème*. La position d'un point dans l'espace étant déterminée par le moyen de trois coordonnées rectilignes ou curvilignes x, y, z , cherchons le volume compris entre les six surfaces représentées par les six équations

$$x = x_0, \quad x = X;$$

$$y = y_0, \quad y = Y;$$

$$z = z_0, \quad z = Z;$$

dans lesquelles $x_0, X; y_0, Y; z_0, Z$ désignent des valeurs particulières des variables x, y, z ; et soit

$$f(X, Y, Z)$$

la valeur de ce volume considéré comme fonction de x, y, z . Si l'on nomme V ce que devient ce même volume quand y_0, Y se transforment en deux fonctions données de x , et z_0, Z en deux fonctions données de x, y ; alors, en posant, pour abréger,

$$(3) \quad v = D_x D_y D_z f(x, y, z),$$

on aura

$$(4) \quad V = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \int_{z_0}^Z v \, dz \, dy \, dx.$$

» 1^{er} *Corollaire*. On peut, dans la recherche de la fonction $f(X, Y, Z)$, attribuer à x_0, y_0, z_0 des valeurs particulières, par exemple, des valeurs nulles.

» 2^e *Corollaire*. La position d'un point dans l'espace étant déterminée par trois coordonnées rectangulaires x, y, z , ou par trois coordonnées polaires p, q, r ; alors, en ayant égard au 1^{er} corollaire, on verra le volume représenté par $f(X, Y, Z)$ se réduire, dans le premier cas, à un parallépipède rectangle, dans le second cas, à un secteur sphérique; et l'on trouvera par suite, dans le premier cas,

$$f(x, y, z) = xyz, \quad v = 1, \\ V = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \int_{z_0}^Z dz dy dx;$$

dans le second cas,

$$x = p, \quad y = q, \quad z = r, \\ f(x, y, z) = f(p, q, r) = \frac{1}{3} r^3 q (1 - \cos p), \quad u = r^2 \sin p, \\ V = \int_{p_0}^P \int_{q_0}^Q \int_{r_0}^R r^2 \sin p dr dq dp,$$

p_0, P étant deux quantités constantes, q_0, Q deux fonctions de p , et r_0, R deux fonctions de p et de q .

» 3^e *Théorème*. Les mêmes choses étant posées que dans le 2^e théorème, si l'on nomme M la masse d'un corps comprise sous le volume V ; alors, en désignant par ρ la densité du corps au point x, y, z , on obtiendra, au lieu de la formule (4), la suivante

$$(5) \quad M = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \int_{z_0}^Z \rho dz dy dx.$$

» *Corollaire*. En faisant usage, par exemple, de coordonnées rectangulaires ou polaires, on verra l'équation (5) se réduire à l'une des formules connues

$$M = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \int_{z_0}^Z \rho dz dy dx, \\ M = \int_{p_0}^P \int_{q_0}^Q \int_{r_0}^R \rho r^2 \sin p dr dq dp.$$

» La manière la plus simple d'établir les théorèmes qui précèdent est de recourir à l'emploi des *rapports différentiels*, dont nous allons rappeler la définition en peu de mots.

» Comme nous l'avons expliqué dans la 19^e livraison des *Exercices d'Analyse*, nous appellerons grandeurs ou quantités *coexistantes* deux quantités qui existent ensemble et varient simultanément, de telle sorte que les éléments de l'une varient et s'évanouissent en même temps que les éléments de l'autre. Tels sont, par exemple, le rayon d'un cercle et sa surface, le rayon d'une sphère et son volume, la hauteur d'un triangle et sa surface, le volume d'un corps et la masse ou le poids de ce corps.

» Des grandeurs ou quantités coexistantes peuvent varier simultanément dans un ou plusieurs sens divers. Par exemple, la masse d'un parallépipède peut varier avec le volume de ce solide dans un, deux ou trois sens, correspondants à ses trois dimensions.

» Cela posé, soient

A et B

deux grandeurs ou quantités coexistantes qui varient simultanément dans un ou plusieurs sens divers. Concevons que la grandeur B soit décomposée en éléments

$$b_1, b_2, \dots, b_n,$$

dont les valeurs numériques soient très-petites, et nommons

$$a_1, a_2, \dots, a_n,$$

les éléments correspondants de la grandeur A . Supposons d'ailleurs que, l'un quelconque des éléments de la grandeur B étant représenté par b , et l'élément correspondant de la grandeur A par a , la valeur numérique de l'élément b vienne à décroître indéfiniment dans un ou plusieurs sens. L'élément a s'approchera lui-même indéfiniment de zéro; mais on ne pourra en dire autant du rapport

$$\frac{a}{b},$$

qui convergera en général vers une limite finie différente de zéro. Cette limite est ce que nous appelons le *rapport différentiel* (*) de la grandeur A

(*) Le rapport différentiel de deux grandeurs reçoit souvent divers noms particuliers relatifs à la nature même de ces grandeurs. Ainsi, par exemple, la *densité* d'un corps en un point donné n'est autre chose que le rapport différentiel entre la masse et le volume de ce corps; la *vitesse* d'un point mobile est le rapport différentiel de l'espace parcouru au temps; la *pression hydrostatique* supportée par une surface en un point donné est le rapport différentiel de la pression totale à l'aire de cette même surface; etc.

à la grandeur B . Ce rapport différentiel est du *premier ordre*, ou du *second*, ou du *troisième*, etc., suivant que pour l'obtenir on fait décroître l'élément b dans un, ou deux, ou trois, ... sens différents.

» Ces définitions étant admises, on établira sans peine, avec les théorèmes 1, 2, 3, ceux que nous allons énoncer.

» *4^{me} Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le 1^{er} théorème, nommons K une grandeur qui varie et s'évanouisse avec la surface A . Si le rapport différentiel de la grandeur K à l'aire A est représenté par ρ , on aura

$$(6) \quad K = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \rho \, dy \, dx.$$

» *5^{me} Théorème.* Les mêmes choses étant posées que dans le 2^{me} théorème, nommons K une grandeur qui varie et s'évanouisse avec le volume V . Si le rapport différentiel de la grandeur K au volume V est représenté par ρ , on aura

$$(7) \quad K = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \int_{z_0}^Z \rho \, dz \, dy \, dx.$$

» Il est bon d'observer ici qu'étant données, 1° une surface ou un volume quelconque; 2° une grandeur K correspondante à cette surface ou à ce volume, on peut toujours décomposer ces deux quantités en parties correspondantes dont chacune puisse être déterminée soit à l'aide des formules (2) et (6), soit à l'aide des formules (4) et (7).

§ II. Remarques sur les formules obtenues dans le paragraphe premier.

» Si l'on veut passer, des formules obtenues dans le paragraphe premier, à celles que Lagrange a données dans sa *Théorie des fonctions analytiques*, et aux formules analogues établies de la même manière, il suffira de recourir à deux théorèmes connus de géométrie analytique dont voici l'énoncé.

» *1^{er} Théorème.* Tous les points d'un plan étant rapportés à deux axes rectangulaires des x, y ; si l'on construit un parallélogramme qui ait pour côtés les rayons vecteurs menés de l'origine à deux points donnés (x_0, y_0) , et (x_1, y_1) , l'aire du parallélogramme aura pour mesure la valeur numérique de la résultante

$$x_0 y_1 - x_1 y_0 = S(\pm x_0 y_1).$$

» 2^{me} *Théorème*. Les divers points de l'espace étant rapportés à trois axes rectangulaires des x, y, z ; si l'on construit un parallépipède qui ait pour côtés les rayons vecteurs menés de l'origine à trois points donnés (x_0, y_0, z_0) , (x_1, y_1, z_1) et (x_2, y_2, z_2) , la valeur de ce parallépipède aura pour mesure la valeur numérique de la résultante

$$x_0 y_1 z_2 - x_0 y_2 z_1 + x_1 y_2 z_0 - x_1 y_0 z_2 + x_2 y_0 z_1 - x_2 y_1 z_0 = S[\pm x_0 y_1 z_2].$$

» Supposons maintenant que, les lettres

$$x, y, z$$

représentant toujours des coordonnées rectangulaires, on désigne par

$$p, q, r$$

des coordonnées polaires ou des coordonnées curvilignes quelconques; alors, en vertu de l'équation (7) du paragraphe précédent, on aura non-seulement

$$(1) \quad K = \int_{x_0}^x \int_{y_0}^y \int_{z_0}^z \rho dz dy dx,$$

mais encore

$$(2) \quad K = \int_{p_0}^P \int_{q_0}^Q \int_{r_0}^R \rho v dr dq dp,$$

p_0, P étant deux quantités constantes, q_0, Q deux fonctions de p ; r_0, R deux fonctions de p, q ; et ρ le rapport différentiel de la grandeur K au volume V . Quant à la fonction v , elle sera déterminée par la formule

$$v = D_p D_q D_r f(p, q, r),$$

pourvu que $f(P, Q, R)$ désigne le volume renfermé entre les surfaces représentées par des équations de la forme

$$p = p_0, \quad q = q_0, \quad r = r_0,$$

$$p = P, \quad q = Q, \quad r = R,$$

dans le cas où les quantités P, Q, R deviennent indépendantes les unes des autres, et de p_0, q_0, r_0 . D'autre part, si l'on nomme φ le volume $f(p, q, r)$, et

si l'on attribue aux coordonnées p, q, r de très-petits accroissements $\Delta p, \Delta q, \Delta r$, l'accroissement correspondant du volume \mathfrak{V} pourra être représenté par

$$\Delta p \Delta q \Delta r \mathfrak{V},$$

et l'on aura sensiblement

$$\nu = \pm \frac{\Delta p \Delta q \Delta r \mathfrak{V}}{\Delta p \Delta q \Delta r}.$$

D'ailleurs, il est facile de s'assurer que le très-petit volume

$$\Delta p \Delta q \Delta r \mathfrak{V}$$

sera le produit qu'on obtiendra en multipliant, par un facteur très-peu différent de l'unité, le volume du parallélépipède qui aura pour arêtes les trois droites menées du point (x, y, z) aux trois points

$$(x + \Delta p x, y + \Delta p y, z + \Delta p z),$$

$$(x + \Delta q x, y + \Delta q y, z + \Delta q z),$$

$$(x + \Delta r x, y + \Delta r y, z + \Delta r z).$$

Donc, en vertu du second théorème, on aura

$$\Delta p \Delta q \Delta r \mathfrak{V} = (1 + \varepsilon) S [\pm \Delta p x \Delta q y \Delta r z].$$

ε désignant une quantité dont la valeur numérique décroîtra indéfiniment avec $\Delta p, \Delta q, \Delta r$. Cela posé, la valeur de ν deviendra

$$\nu = \pm (1 + \varepsilon) S \left[\pm \frac{\Delta p x}{\Delta p} \frac{\Delta q y}{\Delta q} \frac{\Delta r z}{\Delta r} \right].$$

Si maintenant on réduit $\Delta p, \Delta q, \Delta r$ à zéro, l'équation que nous venons de trouver donnera

$$(3) \quad \nu = \pm S [\pm D_p x D_q y D_r z].$$

Telle est la valeur de ν qui devra être substituée dans la formule (2), et que l'on peut d'ailleurs obtenir en appliquant à l'équation (1) la méthode donnée

par Lagrange (*), pour un changement de variables dans une intégrale double.

» Si, en considérant des points situés, non plus dans l'espace, mais dans un plan, on désignait par x, y des coordonnées rectangulaires, et par p, r des coordonnées polaires ou curvilignes quelconques; alors, en vertu de la formule (6) du paragraphe précédent, on aurait non-seulement

$$(4) \quad K = \int_{x_0}^X \int_{y_0}^Y \rho \, dy \, dz,$$

mais encore

$$(5) \quad K = \int_{p_0}^P \int_{r_0}^R \rho \, u \, dr \, dp,$$

p_0, P étant deux quantités constantes, r_0, R deux fonctions de p , et ρ le rapport différentiel de la grandeur K à la surface \mathcal{A} . Alors aussi, par des raisonnements semblables à ceux qui précèdent, on déduirait du 1^{er} théorème la formule

$$(6) \quad \begin{cases} u = \pm S [\pm D_p x D_r y] \\ \quad = \pm [D_p x D_r y - D_p y D_r x]. \end{cases}$$

» Nous remarquerons en finissant que, dans les formules (3) et (6), le double signe doit être déterminé de manière que la valeur de u ou de v reste positive. »

CALCUL INTÉGRAL. — *Mémoire sur la théorie des intégrales définies singulières appliquée généralement à la détermination des intégrales définies, et en particulier à l'évaluation des intégrales eulériennes; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

« La théorie des intégrales singulières, qui dès l'année 1814 s'est trouvée, grace au rapport de MM. Lacroix et Legendre, accueillie si favorablement de

(*) On peut voir, sur l'application de cette méthode aux intégrales multiples de divers ordres, d'une part les formules que j'ai obtenues dans le XIX^e cahier du *Journal de l'École Polytechnique*, et d'autre part, un Mémoire publié récemment dans le *Journal de M. Crelle*, par M. Jacobi.

l'Académie, m'a fourni, comme l'on sait, les moyens, non-seulement d'expliquer le singulier paradoxe que semblaient présenter des intégrales doubles dont la valeur variait avec l'ordre des intégrations, et de mesurer l'étendue de cette variation, mais encore de construire des formules générales relatives à la transformation ou même à la détermination des intégrales définies, et de distinguer les intégrales dont la valeur est finie d'avec celles dont les valeurs deviennent infinies ou indéterminées. Ces diverses applications de la théorie des intégrales singulières se trouvent déjà exposées et développées d'une part dans le tome I^{er} des *Mémoires des Savants étrangers*, de l'autre dans mes *Exercices de Mathématiques*, et dans les leçons données à l'École Polytechnique sur le calcul infinitésimal.

» Il arrive souvent que, dans une intégrale simple, la fonction sous le signe \int se compose de divers termes dont plusieurs deviennent infinis pour une valeur de la variable comprise entre les limites des intégrations, ou représentée par l'une de ces limites. Alors il importe de savoir non-seulement si l'intégrale est finie, ou infinie, ou indéterminée, mais en outre, lorsqu'elle reste finie, quelle est précisément sa valeur. La théorie des intégrales singulières, qui sert à résoudre généralement le premier problème, conduit souvent encore à la solution exacte ou approchée du second. Ainsi en particulier cette théorie, combinée avec le calcul des résidus, fournit, sous une forme très-simple, la valeur générale d'une intégrale prise entre les limites 0 et ∞ , lorsque la fonction sous le signe \int est une somme d'exponentielles multipliées chacune par un polynome dont les divers termes sont proportionnels à des puissances entières positives ou même négatives de la variable x .

» La théorie des intégrales singulières peut encore être employée avec avantage dans l'évaluation des intégrales qui représentent des fonctions de très-grands nombres. Elle permet de séparer, dans ces dernières, la partie qui reste finie ou qui devient même infinie avec ces nombres, de celle qui décroît indéfiniment avec eux. Cette séparation devient surtout facile quand, les limites de l'intégrale étant zéro et l'infini, la fonction sous le signe \int se compose de deux termes, dont l'un est indépendant d'un très-grand nombre donné, tandis que l'autre a pour facteur une exponentielle dont l'exposant est proportionnel à ce même nombre.

» L'observation que nous venons de faire s'applique particulièrement à deux intégrales dignes de remarque. La première est celle qui représente la somme des puissances négatives semblables des divers termes d'une progression arithmétique dans laquelle le nombre des termes devient très-considérable. La seconde est le logarithme d'une des intégrales eulériennes, savoir, de celle

que M. Legendre a désignée par la lettre Γ . En appliquant les principes ci-dessus énoncés à la première, on la décompose en deux parties, dont l'une, qui décroît indéfiniment avec le nombre des termes de la progression arithmétique, peut être développée en série convergente, tandis que l'autre partie peut être présentée sous forme finie, et débarrassée du signe d'intégration, pourvu que l'on introduise dans le calcul une certaine constante analogue à celle dont Euler s'est servi pour la sommation approximative de la série harmonique.

» Quant à l'intégrale définie qui représente le logarithme de la fonction $\Gamma(n)$, elle se décompose immédiatement, d'après les principes ci-dessus énoncés, en deux parties, dont l'une croît indéfiniment avec le nombre n , et peut être complètement débarrassée du signe d'intégration, tandis que l'autre peut être développée de plusieurs manières en série convergente. Cette décomposition est précisément celle à laquelle M. Binet est parvenu par d'autres considérations dans son Mémoire sur les intégrales eulériennes. et constitue, à mon avis, l'un des beaux résultats obtenus par l'auteur dans cet important Mémoire. A la vérité M. Gauss avait, en 1812, exprimé par une intégrale définie la différentielle du logarithme de $\Gamma(n)$, et l'on pouvait aisément, par l'intégration, remonter de cette différentielle au logarithme lui-même. A la vérité encore, en retranchant de ce logarithme la partie qui croît indéfiniment, telle qu'on la déduit de la formule donnée par Laplace pour la détermination approximative de $\Gamma(n)$, on devait tenir pour certain que la différence décroîtrait indéfiniment avec le nombre n . Mais, en supposant même que ces rapprochements se fussent présentés à l'esprit des géomètres, ils n'auraient pas encore fourni le moyen de développer en série convergente, et d'évaluer par suite avec une exactitude aussi grande qu'on le voudrait, la différence entre deux termes très-considérables, dont un seul était représenté par une intégrale définie. Avant que l'on pût obtenir un tel développement, il était d'abord nécessaire de représenter la différence dont il s'agit par une seule intégrale qui se prêtât facilement à l'intégration par série. C'est en cela que consistait, ce me semble, la principale difficulté qui s'opposait à ce que l'on pût évaluer avec une exactitude indéfinie, et aussi considérable qu'on le voudrait, les fonctions de très-grands nombres, et en particulier la fonction $\Gamma(n)$. Cette difficulté, que n'avaient pas fait disparaître les Mémoires de Laplace, de Gauss, de Legendre et de Poisson, est, comme nous l'avons dit, résolue dans le Mémoire de M. Binet. Les amis de la science ne verront peut-être pas sans intérêt que l'analyse très-délicate et très-ingénieuse dont ce géomètre a fait usage, peut être remplacée par quelques for-

mules déduites de la théorie des intégrales singulières, et qu'on peut tirer immédiatement de cette théorie la plupart des équations en termes finis auxquelles M. Binet est parvenu.

» Lorsqu'une fois on a décomposé le logarithme de $\Gamma(n)$, ou même une fonction quelconque de n , en deux parties, dont l'une croît indéfiniment avec n , tandis que l'autre est représentée par une seule intégrale définie; alors, pour obtenir le développement de cette intégrale en série, il suffit de développer la fonction sous le signe \int en une autre série dont chaque terme soit facilement intégrable. Le développement de l'intégrale se réduit à une seule série convergente, lorsque le développement de la fonction sous le signe \int ne cesse jamais d'être convergent entre les limites des intégrations. Telle est effectivement la condition à laquelle M. Binet s'est astreint dans son Mémoire. Toutefois il n'est pas absolument nécessaire que cette condition soit remplie. Si, pour fixer les idées, on représente, comme je le fais dans ce Mémoire, la partie décroissante du logarithme de $\Gamma(n)$ par une intégrale prise entre les limites zéro et infini, on peut, avec quelque avantage, dans le cas où n est très-considérable, décomposer cette intégrale en deux autres, prises, la première entre les limites 0, 1, la seconde entre les limites 1, ∞ , puis développer la première intégrale par la méthode de Stirling en une série dont les divers termes ont pour facteurs les nombres de Bernoulli, et la seconde par la méthode de M. Binet en une autre série dont les divers termes ont pour facteurs les nombres que lui-même a introduits dans l'expression du logarithme de $\Gamma(n)$.

» Nous ferons remarquer, en finissant, que les principes exposés dans ce Mémoire fournissent les moyens de trouver à priori et d'établir, par une marche uniforme, non-seulement les diverses propriétés de la fonction $\Gamma(n)$ déjà connues des géomètres, et représentées par des équations en termes finis, mais encore des propriétés nouvelles représentées par des équations qui renferment des séries de termes dont le nombre est infini.

ANALYSE.

» Parmi les propositions auxquelles nous avons été conduits par la théorie des intégrales définies singulières, on doit particulièrement remarquer la suivante.

» 1^{er} *Théorème.* Soient x, y deux variables réelles, $z = x + y\sqrt{-1}$ une variable imaginaire, et $f(z)$ une fonction de z tellement choisie que le

résidu

$$\int_{x_0 y_0}^{X Y} (f(z)),$$

pris entre les limites

$$x = x_0, \quad x = X, \quad y = y_0, \quad y = Y,$$

offre une valeur finie et déterminée. On aura généralement

$$(1) \left\{ \begin{aligned} & \int_{x_0}^Y (f(x + Y\sqrt{-1}) - f(x + y_0\sqrt{-1})) dx \\ &= \sqrt{-1} \int_{y_0}^Y (f(X + y\sqrt{-1}) - f(x_0 + y\sqrt{-1})) dy - 2\pi\sqrt{-1} \int_{x_0 y_0}^{X Y} (f(z)), \end{aligned} \right.$$

les deux intégrales relatives à x et à y devant être réduites, lorsqu'elles deviennent indéterminées, à leurs valeurs principales.

» De ce premier théorème on déduit immédiatement le suivant.

» 2^e *Théorème*. Soient x, y deux variables réelles, $z = x + y\sqrt{-1}$ une variable imaginaire, et $f(z)$ une fonction telle que le résidu

$$\int_{-\infty 0}^{\infty \infty} (f(z))$$

offre une valeur finie et déterminée. Si d'ailleurs le produit

$$zf(z) \quad \text{ou} \quad (x + y\sqrt{-1}) f(x + y\sqrt{-1})$$

s'évanouit, 1^o pour $x = \pm \infty$, quel que soit y , 2^o pour $y = \infty$, quel que soit x , on aura

$$(2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 2\pi\sqrt{-1} \int_{-\infty 0}^{\infty \infty} (f(z)),$$

l'intégrale devant être réduite, lorsqu'elle devient indéterminée, à sa valeur principale.

» *Corollaire 1^{er}*. L'équation (2) peut encore être présentée sous la forme

$$(3) \quad \int_0^{\infty} \frac{f(x) + f(-x)}{2} dx = 2\pi \sqrt{-1} \sum_{-\infty}^{\infty} (f(z)).$$

» *Corollaire 2^e*. L'équation (2) ou (3) fournit les valeurs d'une multitude d'intégrales définies, dont quelques-unes étaient déjà connues. Si l'on pose en particulier, dans l'équation (2) ou (3),

$$f(x) = \frac{(-x \sqrt{-1})^{a-1}}{1+x},$$

on trouvera

$$(4) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(-x \sqrt{-1})^{a-1}}{1+x} dx = \pi (\sqrt{-1})^a;$$

et par suite

$$(5) \quad \int_0^{\infty} \frac{x^{a-1} dx}{1+x} = \frac{\pi}{\sin a\pi}, \quad \int_0^{\infty} \frac{x^{a-1} dx}{1-x} = \frac{\pi}{\tan a\pi}.$$

» La théorie des intégrales définies singulières fournit encore les conditions qui doivent être remplies pour qu'une intégrale, dans laquelle la fonction sous le signe \int s'évanouit entre les limites de l'intégration, conserve une valeur unique et finie; c'est ce que l'on peut voir dans le *Résumé des Leçons données à l'École Polytechnique sur le calcul infinitésimal* (25^e leçon). Ainsi, en particulier, on peut énoncer la proposition suivante :

» 3^e *Théorème*. Soit $f(x)$ une fonction de x qui conserve une valeur unique et finie pour chaque valeur positive de x , et devienne infinie quand x s'évanouit. Pour que la valeur de l'intégrale

$$(6) \quad \int_0^{\infty} f(x) dx$$

soit finie et déterminée, il sera nécessaire et il suffira que les intégrales singulières

$$(7) \quad \int_{\varepsilon}^{\varepsilon} f(x) dx, \quad (8) \quad \int_{\frac{1}{\varepsilon}}^{\frac{1}{\varepsilon}} f(x) dx;$$

s'évanouissent par des valeurs infiniment petites de ε , quelle que soit d'ailleurs la valeur finie ou infiniment petite attribuée au coefficient μ ou ν .

» *Corollaire.* Si l'on suppose en particulier

$$(9) \quad f(x) = P e^{-ax} + Q e^{-bx} + R e^{-cx} + \dots,$$

P, Q, R, \dots désignant des polynômes dont chaque terme soit proportionnel à une puissance entière, positive ou négative, de x ; on déduira sans peine du théorème précédent la seule condition qui devra être remplie pour que l'intégrale (6) conserve une valeur finie. Cette seule condition sera que la fonction

$$f(x)$$

se réduise à une constante finie pour $x = 0$.

» Observons enfin que l'on arrive à des résultats dignes de remarque quand on transforme des intégrales singulières, dont les valeurs approximatives peuvent être facilement déterminées, en d'autres intégrales. Pour donner un exemple de cette transformation, supposons que la fonction $f(x)$ devienne infinie pour $x = 0$, mais que le produit

$$x f(x)$$

se réduise alors à une constante finie f . Supposons d'ailleurs que le même produit s'évanouisse pour $x = \infty$, et que la fonction $f(x)$ ne devienne jamais infinie pour des valeurs finies de x . Si l'on désigne par ε un nombre infiniment petit, et par μ, ν deux coefficients finis et positifs, on aura sensiblement

$$(10) \quad \int_{\varepsilon \nu}^{\varepsilon \mu} f(x) dx = \text{fl} \left(\frac{\mu}{\nu} \right).$$

D'ailleurs l'intégrale singulière que détermine l'équation (10), pourra être considérée comme la différence de deux autres intégrales. On aura en effet

$$\int_{\varepsilon \nu}^{\varepsilon \mu} f(x) dx = \int_{\varepsilon \nu}^{\infty} f(x) dx - \int_{\varepsilon \mu}^{\infty} f(x) dx.$$

On aura donc encore, pour de très-petites valeurs de ε ,

$$(11) \quad \int_{\varepsilon \nu}^{\infty} f(x) dx - \int_{\varepsilon \mu}^{\infty} f(x) dx = \text{fl} \left(\frac{\mu}{\nu} \right).$$

» D'autre part, soient $\varphi(z)$, $\chi(z)$ deux fonctions de z qui deviennent nulles et infinies en même temps que la variable z , en conservant des valeurs finies pour toutes les valeurs finies et positives de z . Si les fonctions dérivées $\varphi'(z)$ et $\chi'(z)$ se réduisent, pour $z = 0$, à des quantités finies

$$\mu = \varphi'(0), \quad \nu = \chi'(0),$$

on aura sensiblement

$$\varphi(\varepsilon) = \mu\varepsilon, \quad \chi(\varepsilon) = \nu\varepsilon;$$

et par suite, les formules

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon}^{\infty} \chi'(z) f[\chi(z)] dz &= \int_{\chi(\varepsilon)}^{\infty} f(x) dx, \\ \int_{\varepsilon}^{\infty} \varphi'(z) f[\varphi(z)] dz &= \int_{\varphi(\varepsilon)}^{\infty} f(x) dx, \end{aligned}$$

combinées avec l'équation (11), donneront sensiblement

$$\int_{\varepsilon}^{\infty} \{ \chi'(z) f[\chi(z)] - \varphi'(z) f[\varphi(z)] \} dz = f1 \left(\frac{\mu}{\nu} \right);$$

puis on en conclura en toute rigueur, en posant $\varepsilon = 0$,

$$(12) \quad \int_0^{\infty} \{ \chi'(z) f[\chi(z)] - \varphi'(z) f[\varphi(z)] \} dz = f1 \left[\frac{\varphi'(0)}{\chi'(0)} \right].$$

» Si l'on prend en particulier

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x},$$

la formule (12) deviendra

$$(13) \quad \int_0^{\infty} \left[\frac{\chi'(z)}{\chi(z)} e^{-\chi(z)} - \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} e^{-\varphi(z)} \right] dz = 1 \left[\frac{\varphi'(0)}{\chi'(0)} \right].$$

L'équation (10) comprend plusieurs formules déjà connues. Ainsi, par exemple, on trouvera, 1° en supposant $\chi(z) = z$, $\varphi(z) = 1(1+z)$,

$$(14) \quad \int_0^{\infty} \left[\frac{e^{-z}}{z} - \frac{(1+z)^{-2}}{1(1+z)} \right] dz = 0;$$

2° en désignant par a , b deux quantités positives, et supposant $\varphi(z) = az$,

$$\chi(z) = bz,$$

$$(15) \quad \int_0^\infty \frac{e^{-bz} - e^{-az}}{z} dz = 1\left(\frac{a}{b}\right),$$

etc.

» A l'aide d'intégrations par parties, jointes à la formule (14), on peut calculer la valeur de l'intégrale

$$\int_0^\infty f(x) dx,$$

lorsque, cette valeur étant finie, la fonction $f(x)$ est déterminée par l'équation (9). Supposons, pour fixer les idées, que, dans les polynômes

$$P, Q, R, \dots,$$

les parties qui renferment des puissances négatives de x soient représentées par

$$\mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}, \dots;$$

et, après avoir décomposé la somme (9) en diverses parties, dont chacune se forme de tous les termes proportionnels à une même puissance négative, nommons

$$\frac{u}{x}, \frac{v}{x^2}, \frac{w}{x^3}, \dots$$

ces diverses parties. Enfin posons

$$\varphi(x) = \mathcal{P}e^{-ax} + \mathcal{Q}e^{-bx} + \mathcal{R}e^{-cx} + \dots = \frac{u}{x} + \frac{v}{x^2} + \frac{w}{x^3} + \dots;$$

on aura non-seulement

$$(16) \quad \int_0^\infty f(x) dx = \int_0^\infty [(P - \mathcal{P})e^{-ax} + (Q - \mathcal{Q})e^{-bx} + \dots] dx + \int_0^\infty \varphi(x) dx,$$

mais encore

$$(17) \quad \begin{aligned} \int_0^\infty \varphi(x) dx &= \mathcal{E} \left(\frac{v}{x^2} + \frac{w}{x^3} + \dots \right) \\ &+ \frac{1}{2} \mathcal{E} \left(\frac{w}{x^3} + \dots \right) \\ &+ \text{etc.} \\ &- \mathcal{E} (\mathcal{P}e^{-ax} \mathbf{l}(a) + \mathcal{Q}e^{-bx} \mathbf{l}(b) + \mathcal{R}e^{-cx} \mathbf{l}(c) + \dots). \end{aligned}$$

Ajoutons que la première des intégrales comprises dans le second membre de l'équation (16) pourra être aisément déterminée à l'aide de la formule

$$(18) \quad \int_0^{\infty} x^m e^{-ax} dx = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots m}{a^{m+1}},$$

qui subsiste quel que soit le nombre entier m .

» Si, dans la formule (17), on pose, par exemple,

$$\varphi(x) = \left[1 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \right) (1 - e^{-x}) \right] \frac{e^{-ax}}{x},$$

cette formule donnera

$$\int_0^{\infty} \left[1 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \right) (1 - e^{-x}) \right] e^{-ax} \frac{dx}{x} = -1 + \left[a + \frac{1}{2} \right] 1 \left[\frac{a+1}{a} \right].$$

» Soient maintenant n un nombre très-considérable, et

$$(19) \quad f(n) = \int_0^{\infty} R(P + Q e^{-nx}) dx$$

une fonction déterminée de n , représentée par une intégrale définie, dans laquelle le facteur R conserve une valeur finie pour $x = 0$, P , Q étant d'ailleurs deux fonctions de x développables suivant les puissances ascendantes et entières de x . Si, en nommant ϱ la partie de la fonction Q qui renferme des puissances négatives de x , on pose

$$(20) \quad F(n) = \int_0^{\infty} R(P + \varrho e^{-nx}) dx,$$

$$(21) \quad \varpi(n) = \int_0^{\infty} R(Q - \varrho) e^{-nx} dx,$$

on aura

$$(22) \quad f(n) = F(n) + \varpi(n);$$

et la fonction $\varpi(n)$, qui s'évanouira pour $n = \infty$, deviendra infiniment petite pour des valeurs infiniment grandes de n .

» Pour montrer une application de ces dernières formules, supposons

$$(23) \quad f(n) = \frac{1}{a^a} + \frac{1}{(a+1)^a} + \dots + \frac{1}{(a+n-1)^a},$$

α, a désignant deux quantités positives. Si l'on fait, avec M. Legendre,

$$\Gamma(a) = \int_0^\infty x^{a-1} e^{-x} dx,$$

on trouvera

$$(24) \quad f(n) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty x^{a-1} e^{-\alpha x} \frac{e^{-nx}}{1-e^{-x}} dx.$$

On réduira la formule (24) à la formule (19), en posant

$$R = \frac{x^a e^{-\alpha x}}{\Gamma(a)}, \quad P = Q = \frac{1}{x(1-e^{-x})}.$$

Alors on trouvera

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x},$$

et l'on aura par suite

$$(25) \quad F(n) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty x^{a-1} e^{-\alpha x} \left[\frac{1}{1-e^{-x}} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \right) e^{-nx} \right] dx,$$

$$(26) \quad \varpi(n) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_0^\infty x^{a-1} e^{-\alpha x} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1-e^{-x}} \right) e^{-nx} dx.$$

D'ailleurs, comme on a

$$\int_0^\infty x^{a-1} e^{-\alpha x} e^{-nx} dx = \frac{\Gamma(a)}{(\alpha+n)^a}$$

on en conclut, en intégrant par rapport à n et à partir de $n=1$,

$$\int_0^\infty x^{a-1} e^{-\alpha x} \frac{e^{-x} - e^{-nx}}{x} dx = \frac{(\alpha+n)^{-a} - (\alpha+1)^{-a}}{1-a} \Gamma(a).$$

Cela posé, la formule (25) donnera

$$(27) \quad F(n) = \frac{(\alpha+n)^{1-a} - (\alpha+1)^{1-a}}{1-a} - \frac{(\alpha+n)^{-a} - (\alpha+1)^{-a}}{2} - \varpi(1).$$

Il est bon d'observer que, dans l'équation (27), $\varpi(1)$ représente une quantité constante, c'est-à-dire indépendante de n , et analogue à la constante qu'Euler a introduite dans la sommation de la série harmonique.

» Ajoutons que les intégrales représentées par $\varpi(1)$ et $\varpi(n)$, pourront être

développées de plusieurs manières en séries convergentes. On y parviendra, par exemple, en développant, dans la fonction sous le signe f , le coefficient de l'exponentielle $e^{-(n+\alpha)x}$ en une série ordonnée suivant les puissances ascendantes de la quantité variable

$$z = 1 - e^{-x}.$$

Si l'on décomposait chaque intégrale en deux autres, dont la première eût pour limites $x = 0$, $x = 1$, on pourrait développer, dans la seconde intégrale, la fonction sous le signe f , comme on vient de le dire, et dans la première intégrale, le rapport $\frac{1}{1 - e^{-x}}$ suivant les puissances ascendantes de x .

» Les principes généraux que nous venons d'exposer fournissent le moyen d'établir avec la plus grande facilité, non-seulement diverses propriétés déjà connues des intégrales eulériennes, et particulièrement de la fonction $\Gamma(n)$, mais encore des théorèmes nouveaux relatifs à ces intégrales, et de développer $\log \Gamma(n)$ en série convergente lorsque n est un très-grand nombre. C'est, au reste, ce que nous expliquerons plus en détail dans un autre article. »

CALCUL INTÉGRAL. — *Note sur la réduction des exponentielles, à l'aide des intégrales définies; par M. AUGUSTIN CAUCHY.*

L'objet de cette Note sera développé dans un nouvel article.

Note de M. ANDRAL.

« Dans une Note présentée à l'Académie des Sciences, et insérée dans l'un des derniers numéros du *Compte rendu* de ses séances, j'ai annoncé qu'en traitant divers liquides albumineux par de l'acide sulfurique ou acétique suffisamment étendu d'eau, on y faisait naître un végétal, dont le microscope permettait de suivre la production et le développement. Je croyais avoir été le premier, avec M. Gavarret, à signaler ce fait; mais, depuis l'impression de ma Note, je l'ai retrouvé indiqué dans un Mémoire de M. Dutrochet sur l'origine des moisissures. (*Annales des Sciences naturelles*, 1834.)

» Je m'empresse donc de déclarer que M. Dutrochet a constaté, avant moi, la production d'un végétal microscopique dans les liquides albumineux acidifiés, et qu'il en a donné la description. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède à la nomination d'un correspondant pour la Section de Géométrie. La liste présentée par la Section porte, dans l'ordre suivant, les noms de MM. Hansen, à Gotha; Santini, à Padoue; Robinson, à Armagh; Argelander, à Bonn; Vico, à Rome.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant de 46,

M. Hansen obtient 45 suffrages;

M. Santini..... 1

M. HANSEN, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est déclaré élu.

L'Académie procède, également par voie de scrutin, à la nomination d'une Commission de cinq membres, qui sera chargée de l'examen des pièces adressées au concours pour le prix de Physiologie expérimentale.

MM. Magendie, de Blainville, Serres, Flourens et Andral obtiennent la majorité des suffrages.

M. le PRÉSIDENT rappelle que, dans la prochaine séance, la Section de Médecine et de Chirurgie aura, conformément au Règlement, à faire une proposition relativement à la vacance survenue dans son sein par suite du décès de M. Larrey.

MÉMOIRES LUS.

SCIENCES MÉDICALES. — *De l'unité et de la solidarité scientifiques de l'anatomie, de la physiologie, de la pathologie et de la thérapeutique dans l'étude des phénomènes de l'organisme animal; par M. JULES GUÉRIN.* (Deuxième partie.) (1)

(Renvoi à la Section de Médecine et de Chirurgie.)

« Dans la partie précédemment lue de ce travail, j'ai cherché à déterminer le caractère essentiel de l'anatomie et de la physiologie pathologique considérées comme extensions de l'anatomie et de la physiologie dites *normales*.

(1) Voyez *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XVI, p. 257.

On peut, par un seul exemple, donner une idée du genre de service que la science a spécialement droit d'attendre de la physiologie pathologique.

» Tout le monde sait que l'exercice accroit l'organe: la locomotion développe les muscles. Tout le monde sait encore que l'inertie a un effet inverse. Voilà des faits vulgaires; mais, comme l'a dit Bacon, les faits vulgaires cachent presque toujours les vérités les plus élevées. Et, en effet, qu'on multiplie les exemples de ce rapport de l'organe avec la fonction, qu'on le suive dans toutes ses manifestations, qu'on l'interroge dans toutes ses conséquences, et l'on arrivera à un résultat peut-être imprévu. Commençons par les faits.

» Voici un sujet dont l'un des poumons est resté imperméable à l'air, à la suite d'un épanchement pleurétique résorbé. Son tissu, réduit à la fonction nutritive, est carnifié. On n'y découvre plus ou presque plus de cellules. Le demi-thorax, rétréci, ne se soulève plus et ne se dilate plus; cependant l'acte respiratoire continue par le poumon resté sain. Petit à petit la colonne d'air qui heurte incessamment les obstacles à son passage déplisse, rouvre ou reforme les cellules atrophiées; la pénétration de l'air dans les cellules pulmonaires ramène le soulèvement des côtes et l'ampliation du thorax. Cette ampliation favorise à son tour un plus grand afflux d'air et de sang; finalement l'organe se refait par la fonction.

» Autre exemple :

» Voici un sujet atteint de luxation ancienne de la cuisse. Après quelques années, la tête de l'os, logée dans la fosse iliaque, se creuse en cet endroit une cavité, en tout pareille à la cavité normale : fibro-cartilage, membrane synoviale, synovie, rebords osseux, rien n'y manque, jusqu'à l'enveloppe fibreuse qui résulte de la transformation fibreuse du muscle petit fessier. En même temps que cette nouvelle cavité se forme de toute pièce, la cavité ancienne, abandonnée à elle-même, se rétrécit, se déforme et finit par se combler. C'est-à-dire, n'est-ce pas, que la fonction reproduit l'organe là où elle se transporte, et laisse l'organe s'annihiler là où elle cesse; et finalement n'en peut-on pas déjà conclure, à un point de vue plus général, que c'est la fonction qui fait l'organe? Hâtons-nous d'ajouter, pour ôter à cette généralisation ce qu'elle pourrait avoir de téméraire en apparence, qu'on rencontre à chaque pas, dans la fonctionnalité pathologique, une foule de faits qui établissent cette subordination entière, primitive, continue, incessante, de l'organe à la fonction. Bornons-nous à quelques indications sommaires. Partout où il y a des mouvements entre des parties fermées à l'air, il se forme des membranes dites *séreuses*. Partout où deux surfaces osseuses mobiles sont

en contact immédiat, il se forme des articulations nouvelles. Partout où la maladie ou l'art ont obstrué les canaux circulatoires, il s'en creuse de nouveaux. Les membres dont on a lié les artères principales, les poumons des phthisiques, rétablissent les communications circulatoires à l'aide de vaisseaux de nouvelle formation, en outre de celles résultant des anastomoses et de l'amplication des petits vaisseaux préexistants. Eh bien ! que l'on élève ce fait à sa plus haute signification, qu'on l'applique à la formation des organes pendant la vie fœtale, qu'on l'étudie dans ses rapports avec les conditions génératrices immédiates, système nerveux, électricité, pression atmosphérique, que de recherches nouvelles, et peut-être que de résultats ! *La fonction fait l'organe*. Il y a, si je ne me trompe, dans cette formule donnée par la physiologie pathologique, quelque chose de bien capable de légitimer son accession à la physiologie générale, et bien propre à étendre et développer la signification essentielle de cette dernière. On trouvera, dans le travail dont ceci n'est qu'un extrait, l'ensemble des faits destinés à mettre dans tout son jour le point de vue que je viens d'indiquer.

§ III. — *Du caractère physiologique de la pathologie et de la thérapeutique.*

» Il n'est pas permis d'expérimenter sur le corps humain. L'expérimentation n'est possible que sur les animaux. Cette méthode est incontestablement excellente ; mais la distance qui sépare les animaux de l'homme, et la différence totale sous certains rapports qui existe entre l'organisme humain et l'organisme non-seulement inférieur, mais autre des brutes, ôtera toujours aux inductions tirées des expériences pratiquées sur ces dernières, le caractère de rigueur et de certitude qu'elles auraient de l'homme à l'homme. Cette lacune peut, jusqu'à un certain point, être remplie par l'observation pathologique et thérapeutique. Les maladies et leur guérison sont des épreuves et contre-épreuves expérimentales instituées aussi bien au profit de la physiologie que de la pathologie proprement dite. Cette vérité, pour être admise par tout le monde, n'a besoin que d'être mieux précisée.

» Une expérience sur les animaux a pour *but* de changer d'une manière quelconque les conditions d'un organe, d'un système d'organes, de l'organisme ; pour *moyen*, une mutilation, une soustraction, une lésion ; pour *résultat*, quelque chose de plus, de moins, ou d'autre dans la fonction. Voilà le côté physiologique. Mais qu'on remarque qu'en se conduisant ainsi, l'expérimentation produit quelque chose d'anormal, quelque chose de pathologique, un trouble, un malaise, quelquefois une véritable maladie et même la mort, pour que tout s'y trouve. La section d'un nerf, de la moelle, la liga-

ture d'un vaisseau, l'ingestion de poisons, l'introduction dans le sang de substances propres à modifier les phénomènes circulatoires, produisent tous ces résultats. Le même fait, la même expérience sur les animaux, peut donc être considérée à la fois et alternativement comme fait physiologique et comme fait pathologique; et de ce que l'on n'a généralement en vue que le côté physiologique de l'expérience, son côté pathologique existe-t-il moins? L'inverse a précisément lieu pour la maladie. Elle aussi a son côté physiologique en même temps que son côté pathologique. De ce que l'on a négligé jusqu'ici l'un pour l'autre, à l'inverse de ce que l'on a fait pour l'expérimentation sur les animaux, il n'y a aucune raison, je suppose, de nier dans le fait pathologique l'existence de son côté physiologique. Le fait pathologique a donc, comme l'expérimentation physiologique, une double signification. Qu'on l'examine à ce point de vue, et il réalisera le but, le moyen, le résultat de l'expérimentation physiologique. Voici une moelle épinière malade; les faisceaux et les racines antérieures sont ramollis ou détruits, le mouvement volontaire aboli et la sensibilité conservée. La nature n'a-t-elle pas réalisé le but de l'expérimentateur, employé le même moyen et produit le même résultat? C'est donc la répétition de l'expérience, sa vérification, sa confirmation; je dirai plus, c'en est le complément nécessaire, indispensable. L'exemple que j'ai choisi à dessein a eu précisément ce résultat. En effet, j'ai remarqué, et quelques physiologistes avaient remarqué déjà, quoique à un autre point de vue, que dans les lésions qui occupent les portions de la moelle destinées au mouvement, toute espèce de mouvement n'est pas anéanti. Le sujet a perdu la faculté de mouvoir volontairement ses membres, mais on peut, en pinçant la peau, et le sujet peut, en se la pinçant lui-même, provoquer des contractions très-étendues, générales, complètes, des muscles paralysés sous le rapport du mouvement volontaire: le membre se retire à la moindre excitation de la peau. Ce fait, si fertile en conséquences, que je m'abstiens d'indiquer ici, a été révélé par la pathologie: la physiologie expérimentale l'a ensuite vérifié et reproduit. C'est donc un mutuel service que ces deux méthodes se sont rendu, mais un service du même caractère et de la même portée. Pour que l'observation pathologique puisse toujours être le complément et la preuve de l'expérimentation physiologique, il faut, je le sais, une condition préalable: la notion de la cause de la maladie. Mais cette notion, qui peut se compléter elle-même par le concours de l'expérimentation directe, est susceptible aussi de provoquer, au profit de cette dernière, même quand la maladie n'est encore connue et déterminée que par l'expression symptomatique, des inductions fort utiles à l'initiative de la physiologie expérimentale.

» L'observation thérapeutique a tout à fait le même caractère. Comme contre-épreuve de l'observation pathologique, elle est aussi le complément synthétique de l'expérimentation. Aux deux points de vue, c'est la soustraction de la cause, mise ou observée en expérience. L'animal auquel on a lié ou coupé un nerf, qui cesse d'être paralysé quand le nerf est débarrassé de la ligature, ou complètement rétabli dans sa continuité par la réunion de ses deux bouts, est guéri de sa lésion, et cette guérison a été la contre-épreuve de la lésion ou maladie expérimentale qu'on lui avait causée, c'en a été la synthèse, pour parler le langage des chimistes. Il est inutile de multiplier nos remarques et nos exemples sur ce point spécial. Je préfère terminer par l'indication d'une série de faits nouveaux, tous liés entre eux, et dont l'ensemble me paraît destiné à mettre en toute évidence l'unité et la solidarité des quatre parties de la méthode physiologique générale discutée dans ce travail.

§ IV. — *Applications des données fournies par l'anatomie, la physiologie, la pathologie et la thérapeutique, à la détermination du mécanisme de formation de la partie fibreuse du système musculaire.*

» On sait que les muscles sont composés d'une portion fibreuse et d'une portion charnue, de tendons et d'aponévroses, et de fibres musculaires proprement dites. Quelles sont les lois de distribution, les rapports d'étendue, de longueur, de force, et, finalement, le mécanisme de formation de la portion fibreuse du muscle par rapport à sa portion charnue? Telle est la série de questions que je me suis proposé de résoudre.

» L'observation anatomique apprend que la portion tendineuse et fibreuse, toutes choses égales d'ailleurs, est, dans chaque muscle, en raison de la circonscription de ses points d'attache. Là où ils sont multiples, étendus en surface pour le même muscle, il n'y a point ou presque point de portion fibreuse. La fibre charnue prédomine. Là, au contraire, où les insertions sont réunies en un même point, sur une petite surface, c'est la portion fibreuse. En sorte que les muscles qui ont cette double disposition, sont charnus à un bout et tendineux ou fibreux à l'autre. Les muscles qui s'insèrent à leurs deux extrémités sur des points circonscrits, se terminent par deux tendons opposés; ceux enfin dont les insertions sont étendues et multiples à leurs deux extrémités, sont presque complètement charnus.

» D'après ce premier fait, j'ai été conduit à penser que la différence de texture avait pour cause la différence de traction dont les diverses portions du muscle sont le siège dans les efforts de contraction physiologique. Tous les

muscles examinés à ce point de vue, m'ont paru le confirmer immédiatement. Ainsi, d'une part, tous les muscles terminaux des membres, extenseurs et fléchisseurs, les muscles de la colonne vertébrale, le diaphragme; d'autre part, les muscles larges du dos, de la poitrine et de l'abdomen, ne m'ont paru laisser aucun doute à cet égard. Deux muscles, à cause de leur disposition spéciale, méritent une attention particulière : le diaphragme et le droit antérieur de l'abdomen. On sait que le premier présente à son centre, dit centre phrénique, une portion fibreuse très-considérable. De ce centre aponévrotique partent, en rayonnant, toutes les fibres charnues qui se rendent au pourtour du thorax. La portion centrale est ainsi le point sur lequel tirent, en se contractant, toutes les fibres charnues : point fixe, en équilibre au milieu d'efforts opposés, et dont la fibrosité en rapport avec les tractions dont elle est le siège, contraste bien avec l'état mi-fibreux, mi-charnu des insertions thoraciques. Celles-ci en effet se partagent, sur une grande étendue, toutes les tractions concentrées sur le centre phrénique. La disposition du droit antérieur n'est pas moins curieuse à cet égard : on sait que ce muscle est parcouru dans sa longueur par des intersections fibreuses transversales, qui le divisent en autant de ventres charnus. Une certaine distribution des rameaux nerveux, éclairée par l'idée qui nous occupe, rend très-bien compte de cette disposition. Chaque ventre charnu reçoit les ramifications d'un filet nerveux particulier, qui constitue sa sphère de contraction : tous se contractent partiellement, quoique simultanément, et en vertu de leur foyer d'innervation ; et à la limite de chacun de ces foyers se trouve l'intersection aponévrotique, représentant le point sur lequel chaque ventre charnu tire en sens inverse.

» Telle avait été mon opinion sur l'origine de la portion fibreuse des muscles, par la seule considération du fait anatomique normal ; mais cette induction ne suffisait pas. Pour la convertir en vérité démontrée, il fallait multiplier les observations, les multiplier à toutes sortes de points de vue, expérimenter la cause présumée : enfin analyser et synthétiser. C'est ce que j'ai pu faire à l'aide de l'anatomie des âges, de l'anatomie des animaux, de l'anatomie pathologique, de la physiologie pathologique, de la pathologie proprement dite, et de la thérapeutique.

» L'anatomie des âges m'a montré que, depuis le fœtus jusqu'à l'âge adulte, la fibrosité des muscles, aussi bien chez les animaux que chez l'homme, va sans cesse en augmentant par rapport à la constitution charnue, c'est-à-dire en raison de l'ancienneté et de l'intensité d'action de la cause.

» L'anatomie des animaux m'a fourni le même résultat. Entre beaucoup de

preuves, on peut citer les suivantes : les muscles des poissons ont généralement peu de parties fibreuses, si ce n'est à leurs appendices mobiles; par exemple, la queue des raies offre des tendons nombreux et entrelacés comme aux doigts de l'homme. Les oiseaux domestiques ont les pectoraux peu fibreux; chez les oiseaux sauvages, de haut vol, les mêmes muscles sont parcourus par des bandes fibreuses très-fortes; le contraire a lieu pour les membres inférieurs. Une opposition complète se remarque sous ce rapport chez les gallinacées et surtout les gallinacées domestiques.

» L'anatomie pathologique a été plus explicite encore. J'ai pu m'assurer que dans toutes les difformités qui ont pour résultat d'écarter les points d'insertion des muscles, de les soumettre par conséquent à des tractions exagérées, les muscles ainsi tirés passent plus ou moins à l'état fibreux. La portion spinale du long dorsal, certains transversaires épineux ont été rencontrés complètement tendineux dans des excurvations dorsales qui avaient eu pour effet de les soumettre à des tractions continues et exagérées. J'ai déjà cité tout à l'heure le petit fessier qui, dans les luxations fémorales, se convertit en coiffe fibreuse de l'articulation. C'est contre lui que l'extrémité luxée archoute, c'est sur lui que porte en partie le poids du tronc : il est donc ainsi constamment tirailé.

» La pathologie fournit peut-être la plus belle, la plus générale et la plus concluante des preuves à cet égard. On sait que la rétraction musculaire qui est le résultat d'une affection spasmodique du muscle, a pour effet de le raccourcir d'une manière très-considérable, quelquefois de moitié, des deux tiers. En vertu de ce raccourcissement, la traction incessante et forte dont les muscles sont le siège les fait passer à l'état fibreux. J'ai eu des occasions nombreuses de constater cette transformation, principalement dans le sterno-cléido-mastôïdien, dans les sacro-lombaire et long dorsal, dans les muscles du mollet. N'avons-nous pas là une expérience toute faite, dans laquelle l'exagération de la cause physiologique qui préside à la formation du tissu fibreux des muscles, à l'état normal, produit à l'état pathologique l'exagération de ses effets normaux?

» Enfin, la thérapeutique m'a offert, à l'aide de la section sous-cutanée des muscles et des tendons, le complément de preuves ou plutôt la contre-épreuve dont j'avais besoin. Des muscles totalement fibreux, et fibreux depuis des années, ont pu, en recouvrant, à l'aide de la ténotomie, leur longueur normale, être ramenés en quelques mois à la constitution charnue, et recouvrer simultanément leur contractilité. J'ai constaté et fait constater ce fait un très-grand nombre de fois. Est-il une expérience à la fois plus cu-

ricuse et plus concluante : et quel ordre de faits autre que la thérapeutique aurait pu me la fournir?

» Les diverses preuves que je viens d'emprunter à l'anatomie, à la physiologie, à la pathologie et à la thérapeutique, établissent d'une manière évidente, je crois, que la constitution fibreuse d'une portion du muscle est due à la prédominance de traction dont elle est le siège. Mais ce résultat a une signification plus élevée. Il fournit, si je ne me trompe, un fait de plus à cette doctrine : *la fonction fait l'organe*. Il est inutile de montrer que c'est avec l'exercice de la fonction, avec sa prédominance d'action, avec son exagération, avec sa cessation, qu'ont varié en plus ou en moins toutes les phases et tous les degrés de la fibrosité des muscles. Ajoutons un dernier fait. Lorsqu'on examine les muscles et les tendons divisés, c'est-à-dire la portion intermédiaire de nouvelle formation, on s'assure qu'elle reprend graduellement tous les caractères du muscle et du tendon. Pour l'un et pour l'autre, le développement de cette régénération est lié au temps et au degré de l'exercice fonctionnel. Des dissections attentives et répétées l'ont mis hors de doute. Par exemple, la matière de nouvelle formation du tendon prend successivement la forme fibreuse, de celluleuse qu'elle était d'abord. Des faisceaux fibreux se remarquent dans les points les plus tirés, les plus tendus. A ces fibres primitives, d'autres fibres s'ajoutent; finalement tout le tendon n'est plus qu'un faisceau de fibres longitudinales, épaissies, condensées, d'autant plus condensées et rapprochées que les contractions et les tractions ont été plus fortes, plus répétées et plus longtemps répétées. Ce n'est pas seulement sur les animaux que j'ai pu constater ce fait. Je l'ai retrouvé chez l'homme dans une série de sujets morts de maladie, plus ou moins longtemps après avoir subi l'opération de la ténatomie et de la myotomie. Ici donc, plus que jamais, la fonction a refait l'organe.

» Après tous ces faits et toutes ces considérations, me sera-t-il permis de reprendre la proposition générale énoncée au commencement de ce travail. « La pratique est le complément indispensable de la science. » Celle de la Médecine est une source féconde d'observations physiologiques : c'est un contrôle indispensable de l'expérimentation facultative. Un homme dont la mémoire est chère à tous, Savart, me répétait souvent : « *L'expérience des ateliers est souvent plus avancée que la science des académies.* » Il est digne de notre époque de faire entrer la science dans l'atelier et l'atelier dans la science; d'agrandir le champ de la recherche, d'accroître les méthodes scientifiques de tous les moyens d'étendre et de multiplier l'observation. Et quant à la médecine en particulier, qu'il nous soit permis d'espérer

que nul ne sera réputé désormais faire œuvre de science complète et rigoureuse, s'il ne demande des preuves tout à la fois à l'anatomie, à la physiologie, à la pathologie et à la thérapeutique. »

CHIRURGIE. — *Mémoire sur la résection de la mâchoire inférieure, considérée dans ses rapports avec les fonctions du pharynx et du larynx; par M. BÉGIN.* (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Magendie, Roux, Breschet.)

« Des dangers graves, qui tous n'ont pas été prévus d'abord, sont inséparables des ablations portées très-loin en arrière sur l'os maxillaire inférieur; et c'est de l'un de ces dangers, résultant de l'influence que ces opérations exercent sur les orifices supérieurs des appareils de la digestion et de la respiration, ainsi que des moyens de la conjurer, que je désire entretenir quelques instants l'Académie.

» Tous les chirurgiens ont observé, après la résection du corps de la mâchoire diacrânienne, la rétraction de la langue en arrière, et la suspension de la respiration résultant de l'occlusion de la glotte. Mais ce qui avait échappé à l'observation, c'est que cette rétraction peut ne se produire qu'avec lenteur, n'entraver que graduellement la fonction du pharynx, et n'altérer les rapports du larynx, au point de déterminer l'asphyxie, qu'à l'époque où cet accident ne semble plus à redouter, et où chirurgien et malade croient la guérison certaine.

» Un homme, âgé de cinquante-quatre ans, portait une tumeur largement ulcérée, qui s'étendait, à droite, jusqu'à la branche de la mâchoire, à gauche, jusqu'au niveau de la dernière dent molaire, envahissant tout le menton et la lèvre inférieure. L'ablation de cette énorme altération fut pratiquée. A gauche, je sciai l'os malade sur son angle; à droite, il fallut, après avoir divisé l'attache du muscle temporal à l'apophyse coronoïde, glisser la scie à chaîne derrière le col maxillaire, et opérer sa section.

» Ce procédé, qui permet de compléter facilement la désarticulation, en détachant, après coup, ce qui reste du condyle, présente alors l'avantage de mettre sûrement à l'abri des lésions artérielles, si redoutées dans les cas de ce genre.

» Quelques instants après l'opération, nous pûmes observer la rétraction linguale primitive dont il a été précédemment question. L'aide chargé de maintenir la langue ayant été distrait, cet organe se pelotonna vers la gorge;

la respiration fut instantanément suspendue, le sujet s'affaissa sur lui-même, et l'asphyxie serait devenue complète si, averti par la rumeur générale, je n'avais saisi le fil qui retenait la langue, et permis, en le tirant avec assez de force, à la glotte de se découvrir et à l'air de pénétrer de nouveau dans la poitrine.

» Les premiers accidents ne présentèrent rien de grave; seulement je dus, le second jour, introduire une sonde œsophagienne, afin d'assurer la déglutition, qui s'accompagnait d'une toux violente provoquée par le passage d'une partie des liquides à travers la glotte. Le onzième jour, alors que tout semblait devoir assurer une entière sécurité, le malade, qui avait éprouvé plusieurs accès passagers de suffocation, en éprouva tout à coup un plus violent que les autres; les yeux devinrent hagards, le visage livide, la respiration haute et suspirieuse, le pouls petit et concentré; enfin, malgré l'emploi des moyens les plus énergiques, la mort eut lieu en quatre heures.

» L'asphyxie pouvait seule être la cause d'une fin si prompte et si peu prévue. Il s'agissait d'en rechercher la cause.

» Le larynx et le pharynx sont maintenus élevés et béants, au-dessous des cavités nasales et de la bouche, au moyen de muscles attachés au contour maxillaire et à la base du crâne. Les résections antérieures de la mâchoire diacrauienne doivent nécessairement altérer l'équilibre d'action de cet appareil. Privés d'antagonistes, les muscles postérieurs agiront dès lors incessamment sur les organes qu'ils meuvent, et les entraîneront dans leur direction. La langue d'abord, le larynx ensuite, se rapprocheront de la paroi postérieure du pharynx, s'appliqueront contre elle, rendront difficile le passage des aliments et de l'air. Ce n'est pas tout encore : archoutés contre le plan prévertébral, le larynx et l'hyoïde éprouveront un mouvement de bascule qui portera leur convexité antérieure en haut, abaissera leur partie postérieure, rendra la glotte verticale, regardant en arrière, et déterminera enfin l'asphyxie.

» Cette théorie, fondée sur la disposition anatomique des muscles et des organes, fut justifiée par l'examen du cadavre. Toutes les précautions ayant été prises afin de ne changer aucun rapport, je trouvai que la glotte, directement inclinée en arrière, était en contact avec la paroi postérieure du pharynx; que l'hyoïde avait une direction presque parallèle à l'axe du cou; enfin que la langue formait une sorte de globe remplissant l'arrière-bouche. Il existait de la tuméfaction à la glotte, un liquide spumeux remplissait les bronches, le poumon était engoué, et les cavités droites du cœur contenaient beaucoup de sang.

» L'asphyxie primitive, après la résection de la mâchoire diacrânienne, n'est guère à craindre que durant les vingt-quatre ou trente-six premières heures; si le calme se rétablit alors, et que la perte de substances faite à l'os n'ait pas été portée loin en arrière, les adhérences conservées de la langue suffisent pour maintenir cet organe et prévenir tout accident.

» Il n'en est pas de même de l'asphyxie secondaire. Produite par l'action lente des muscles, elle ne trouve d'obstacle que quand la plaie antérieure se consolide, et que les faisceaux charnus divisés trouvent dans le tissu inodulaire de la cicatrice de nouveaux points d'attache. Les moyens généralement employés pour la prévenir sont insuffisants ou illusoires. Fixer la langue aux dents restées intactes sur les deux tronçons de l'os, est un procédé parfaitement inutile, puisque, si l'organe a conservé une assez grande étendue de ses adhérences antérieures, il se maintiendra seul, et que, dans le cas contraire, les dents qui resteront seront trop postérieures pour servir à l'usage indiqué. Si l'on attache à l'appareil de pansement le fil qui retient la langue, on lui donne pour point fixe un point mobile; car les pièces de cet appareil tendent toutes à porter en arrière les parties qu'elles embrassent, et à venir en aide aux muscles dont il s'agit de contre-balancer l'action. Enfin, la réunion exacte et laborieuse des deux côtés de la plaie cruciale, favorise encore la rétrocession des parties, refoulées par les téguments devenus trop étroits.

» Il importe donc d'éviter le rapprochement forcé des lambeaux latéraux dans la direction longitudinale, et de s'en rapporter à la nature pour fermer la plaie, et reproduire jusqu'à un certain point les parties enlevées. Quant à maintenir solidement la langue, et, par son intermédiaire, le larynx, il suffit de former une sorte de mâchoire inférieure artificielle, avec un fil métallique solide partant de la nuque, passant à une distance convenable au devant de la plaie, et fixé dans sa position par quelques fils de ruban.

» Sur le milieu de ce cercle, immobile et résistant, doit être attaché le fil qui traverse la face inférieure de la langue, fixée dès lors comme elle l'était par ses adhérences normales, jusqu'à ce que la nature lui ait reformé de nouveaux points d'appui.

» En 1838 et 1839, ayant eu l'occasion de pratiquer deux résections très-étendues de la mâchoire inférieure, j'ai eu recours aux procédés indiqués. On peut constater combien le cercle métallique auquel la langue était attachée remplissait parfaitement le but. Dans les deux cas, la guérison fut obtenue sans la plus légère nuance de suffocation. Chez un de ces malades, les parties se sont assez bien rapprochées spontanément, d'un côté à l'autre, pour que la difformité pût être dissimulée à l'aide d'une sorte de cravate

montante. Pour le second, il fallut construire un menton en argent, afin de prévenir la déperdition trop considérable de la salive.

» Les conclusions de ce Mémoire sont :

» 1°. Qu'après la grande ablation de la mâchoire inférieure, la langue, l'hyoïde et le larynx peuvent être lentement et graduellement entraînés en arrière, de manière à produire l'asphyxie à une époque où généralement on ne croit plus avoir à la redouter ;

» 2°. Que cet accident peut être prévenu en fixant, par l'intermédiaire de la langue, le larynx en avant, sur une sorte de mâchoire artificielle, jusqu'à ce que la nature ait formé aux parties divisées de nouvelles adhérences ;

» 3°. Enfin, qu'en s'abstenant de moyens forcés de réunion d'un côté à l'autre, et en ne recourant qu'à des pansements simplement contentifs qui ne provoquent ni éréthisme dans le système nerveux, ni contraction dans les muscles, le chirurgien favorise la guérison sans s'exposer à rendre la difformité plus grande ou plus difficile à réparer. »

CHIRURGIE. — *Sur la diathèse et la dégénérescence cancéreuses ;*
par M. LEROY d'ÉTIOLLES.

(Commissaires, MM. Magendie, Roux, Breschet.)

« Les médecins, depuis des siècles, ont sur le cancer des opinions diamétralement opposées. Les uns attribuent cette maladie à un principe morbifique préexistant, à une diathèse constitutionnelle que ne peut détruire l'extirpation de la partie envahie la première ; bien plus, dans leur opinion, après l'enlèvement de l'organe que le vice cancéreux s'était choisi comme pâture, il se répand avec plus de furie dans le reste du corps, y cause d'affreux ravages et accélère la mort. — La conséquence pratique de cette doctrine est qu'il ne faut presque jamais opérer les cancers.

» D'autres médecins nient cette diathèse primitive ; pour eux le cancer est une maladie locale d'abord, et si elle devient constitutionnelle, si elle se reproduit après l'extirpation, c'est que le principe morbide s'est étendu par infection à toute l'économie. — La déduction rationnelle de cette théorie de la dégénérescence est d'enlever de bonne heure le foyer du mal avant qu'il ne se répande.

» Entre ces deux opinions, soutenues par des hommes éminents, comment choisir ? Est-ce le cas d'adopter, avec les partisans de la dégénérescence, le précepte si connu : « *Melius anceps quam nullum.* » Mais ce remède d'une efficacité si problématique, qu'on applique ainsi en aveugle et par forme

d'expérimentation, on oublie que c'est la torture. L'état d'incertitude où l'on est resté jusqu'ici, relativement à cette question, est donc chose déplorable ; et c'est bien mériter de l'humanité que d'essayer d'y mettre un terme. S'il est vrai que le cancer soit au-dessus des ressources de la chirurgie, qui pourra ébranler la confiance des opérateurs ? Quelle puissance pourra faire hésiter dans leurs mains le bistouri, lorsque la parole d'Hippocrate, d'Ambroise Paré, de Monro et de Boyer, qui résument les opinions de l'antiquité, de la renaissance et des temps modernes, est demeurée sans effet ? Une seule désormais le pourra peut-être, la puissance des chiffres ; c'est d'elle que nous devons espérer une solution.

» Dominé par cette pensée, j'ai entrepris de faire une statistique des maladies cancéreuses et depuis plusieurs années j'y travaille avec persévérance. Pour arriver à ce but, j'ai fait imprimer dans les langues les plus répandues des tableaux indiquant les points à éclaircir, et je les ai adressés aux universités, aux sociétés savantes, aux médecins les mieux posés pour observer les maladies cancéreuses.... Je n'ai pas encore reçu de l'étranger toutes les réponses que je crois pouvoir attendre. Pour la France mes documents sont assez complets pour me permettre d'en présenter les résultats ; car il n'est pas un seul département qui n'ait envoyé son contingent. Ce premier travail comprend des faits au nombre de 2781, recueillis par 174 médecins français.

» Je n'ai pas la pensée de faire ressortir de cette statistique toutes les deductions qu'on peut y puiser. Ce que je me contente de lui demander aujourd'hui, ce que nous ne pourrions attendre d'aucune autre, c'est de nous apprendre si l'on fait vivre plus longtemps en extirpant le mal qu'en l'abandonnant aux seuls efforts de la nature ; or voici ce que nous trouvons.

— Sur 1192 malades *non opérés* qui vivent encore ou qui sont morts cancéreux, 18 ont vécu *plus de 30 ans* après le développement de la maladie, laquelle parvenue à un certain degré demeurait stationnaire et indolente, tandis que sur 801 cancéreux *opérés*, soit par l'instrument tranchant soit par les caustiques, nous en trouvons seulement 4 dont l'existence se soit prolongée pendant le même laps de temps. — Pour la *durée de 20 à 30 ans*, nous trouvons 34 *non opérés*, 14 *opérés*. — Pour la *période de 6 à 20 la* catégoric des opérations nous donne 88, et celle de la non-extirpation 228. — L'avantage sous le rapport des longues durées d'existence n'est pas, comme on le voit, du côté des opérations. Il se pourrait à la vérité que le nombre des personnes opérées qui ont survécu 20 ans et au delà fût plus considérable que ces tableaux ne nous le montrent, parce que la plupart des médecins qui ont pratiqué ces opérations ne sont plus là pour les men-

tionner, tandis que nous retrouvons comme incurables, dans les hospices des vieillards, beaucoup de cancéreux non opérés qui viennent y terminer leur carrière. Eh bien doublons, si l'on veut, ce chiffre, égalisons-le pour les deux catégories, quelle conséquence en pourrait-on tirer, sinon que les tumeurs squirrheuses, dont la récurrence n'a pas eu lieu, étaient de celles qui demeurent stationnaires et indolentes.

» Maintenant si, au lieu de ne faire porter nos comparaisons que sur les longues durées (qui sont les seules importantes), nous comprenons dans le même calcul les courtes durées, la différence est moindre et elle semble même à l'avantage de l'opération. Nous trouvons en effet que, prenant pour point de départ l'apparition de la maladie, la durée de la vie des non opérés est de 5 ans pour les hommes, 5 ans 6 mois pour les femmes; tandis que pour les cancéreux opérés la durée moyenne, toujours à partir du développement, est de 5 ans 2 mois pour les hommes, 6 ans pour les femmes. Mais si maintenant, décomposant ce résultat, nous recherchons quel temps s'est écoulé avant et après l'opération, nous trouvons une durée moyenne pour les hommes de 3 ans 9 mois avant l'opération, et de 1 an et 5 mois seulement après; pour les femmes, de 3 ans 6 mois avant l'opération et de 2 ans 6 mois après.

» Les médecins qui croient à la dégénérescence et à l'infection, diront sans doute que si l'extirpation est ordinairement suivie de récurrence, si elle produit si peu de guérisons, c'est qu'elle n'a pas eu lieu assez tôt. Interrogeons, à cet égard, les chiffres, et ils nous apprendront que, dans le nombre des maladies cancéreuses qui ont récidivé et se sont terminées d'une manière funeste, 61 avaient été extirpées moins d'un an après leur apparition : et comme contre-partie de ce résultat, nous voyons que 30 malades opérés après cinq ans écoulés depuis le développement, ont été exempts de récurrence, et qu'il en a été de même pour 22 autres opérés après plus de dix ans. Que devient, en présence de ces rapprochements, la théorie de la dégénérescence et de l'infection?

» Une condition indispensable à observer dans toute statistique, c'est de n'établir de comparaison qu'entre des cas semblables. Pour celle-ci, il importait, et je n'y ai pas manqué, de prendre séparément chaque organe et chaque forme apparente de la maladie.

» Mais ce n'est pas seulement en attaquant des organes dont les fonctions et la texture diffèrent, que le cancer paraît assumer des caractères particuliers; et ici je n'entends pas parler des caractères basés sur l'anatomie pathologique, distinction tardive que l'on ne peut acquérir qu'après la mort ou

l'extirpation, mais des caractères essentiels qui font que de deux tumeurs développées dans le même organe, parfaitement semblables en apparence, l'une restera bénigne, et l'autre amènera nécessairement la mort.

» Importe-t-il de distinguer l'une de l'autre ces deux natures de squirrhes ? Une telle question peut surprendre ; il semble en effet qu'il n'y ait qu'une manière d'y répondre, et pourtant il y en a deux opposées. Si la dégénérescence n'est pas une vaine théorie, nul doute qu'il soit de la plus haute importance de pouvoir, dès le début, distinguer celles de ces altérations qui seraient susceptibles de se transformer en cancer, afin de les enlever de bonne heure pour prévenir l'infection générale : mais s'il est vrai, au contraire, que les affections comprises sous la dénomination de cancer sont de deux espèces ; si les unes, de bonne nature, ne sont, pour ainsi dire, que des corps étrangers demeurant stationnaires, et ne compromettant pas l'existence ; si les autres manifestations d'une diathèse constitutionnelle ayant, dès le jour de leur apparition, les qualités du véritable cancer, sont incurables, alors il devient superflu de faire cette distinction, et la conséquence pratique est de n'opérer jamais ; car, si c'est une tumeur bénigne, l'opération manque son but, puisqu'elle prétend prévenir un danger qui n'existe pas : si c'est un cancer, elle est inutile encore, puisqu'elle ne peut en arrêter la marche et le développement. Tout me porte à croire et à dire que malheureusement c'est là ce qui est vrai, et que par conséquent nous avons moins à regretter qu'il ne soit pas encore donné à la science de distinguer, dès l'origine, les unes d'avec les autres les tumeurs squirrheuses. Pourtant, comme dans un si grave sujet, aucune investigation ne doit être négligée, je me suis efforcé de découvrir si la diathèse cancéreuse n'imprime pas à ses victimes quelque indice par lequel il soit possible de la reconnaître. Le sang, les liquides sécrétés et excrétés, la sueur, l'urine ont été interrogés tour à tour. J'avais confié la partie chimique de ces recherches à M. Bourson, préparateur des cours de M. Gay-Lussac ; mais une longue maladie l'a forcé de les interrompre depuis six mois. Aujourd'hui, M. Bouchardat veut bien s'adjoindre à moi pour suivre cette étude au milieu des difficultés qu'elle présente ; je ferai connaître les résultats auxquels nous serons parvenus, lorsque je soumettrai à l'Académie le dépouillement des états que j'attends encore de l'étranger. Déjà ceux que j'ai reçus me permettent d'assurer que, loin d'infirmes les documents dont je viens de faire le dépôt, ils seront une démonstration nouvelle du peu d'efficacité de l'intervention de notre art dans le traitement des maladies cancéreuses. »

MÉDECINE. — *Recherches sur la structure de l'utérus; par M. JOBERT DE LAMBALLE.*

(Commissaires, MM. Magendie, Breschet, Rayer.)

« Il résulte, dit l'auteur, des observations exposées dans mon Mémoire :

» 1°. Que le tissu propre de l'utérus n'est point un tissu fibreux jaune, puisque la chimie démontre dans celui-ci l'absence complète de la fibrine qui se trouve dans la matrice à toutes les époques de la vie, et qu'en outre l'anatomie comparée prouve que le tissu fibreux jaune ne se transforme jamais en tissu musculaire;

» 2°. Que l'état de grossesse ne fait que montrer l'utérus dans un état d'hypertrophie musculaire;

» 3°. Que cet organe est constitué par un véritable muscle et non par plusieurs;

» 4°. Qu'il existe une muqueuse utérine, mais dépourvue d'épithélium ;

» 5°. Enfin, que la direction des fibres de l'utérus fait voir parfaitement comment celles-ci tendent à effacer ses différents diamètres, et concourent à l'exonération du produit de la conception. »

M. PAPADOPOULO-VRETO lit une Note ayant pour titre : *Expériences faites sur un cadavre humain et sur un animal vivant, revêtus d'un plastron de Pilina.*

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIRURGIE. — *Recherches expérimentales sur la formation des cicatrices artérielles et veineuses; par M. AMUSSAT. (Extrait par l'auteur.)*

(Commission précédemment nommée.)

« Dans ce nouveau Mémoire qui n'est que la continuation de celui que j'ai eu l'honneur de lire récemment sur les tumeurs sanguines consécutives à la blessure des vaisseaux, au lieu de me borner aux effets des accidents immédiats ou primitifs des blessures artérielles et veineuses, je recherche ce qui arrive après un certain temps, et je montre que tantôt il se forme des cic-

trices artérielles, et tantôt des anévrismes. Je me réserve à traiter de celles-ci dans un prochain Mémoire. Aujourd'hui je ne m'occuperai que des cicatrices artérielles et veineuses.

» Mes recherches sur ce sujet me permettent d'établir les conclusions suivantes :

» 1°. La fréquence des anévrismes après la blessure des artères sur l'homme avait fait renoncer à l'espoir d'obtenir des cicatrices artérielles, et il était passé en principe que les plaies des artères ne pouvaient se cicatriser solidement.

» 2°. Mes expériences sur les animaux vivants, et quelques faits observés sur l'homme, prouvent la possibilité d'obtenir des cicatrices artérielles durables; elles confirment pleinement les idées de J.-L. Petit et la théorie qu'il a déduite simplement de quelques faits observés sur l'homme.

» 3°. Les cicatrices artérielles ne se forment jamais par la réunion immédiate des lèvres de la blessure du vaisseau; c'est toujours par l'interposition d'un caillot de fibrine qui se soude aux bords de l'ouverture, se durcit, s'organise et prend tous les caractères des parois de l'artère avec lesquelles il s'identifie.

» 4°. Les faits de pratique générale, dans les cas de blessure des artères sur l'homme, prouvent qu'on ne fait pas tout ce qu'il faut pour obtenir des cicatrices artérielles solides.

» 5°. En général, on se presse trop d'opérer pour obturer le vaisseau blessé, sans doute parce qu'on est trop effrayé par les blessures artérielles, et dans la prévision d'un anévrisme inévitable.

» 6°. Pour obtenir des cicatrices artérielles solides, durables, il faut soutenir convenablement le caillot, affaiblir l'impulsion du cœur et tenir la partie dans l'immobilité la plus complète, en un mot faire comme pour les fractures des os, c'est-à-dire remplir toutes les conditions pour obtenir une véritable consolidation.

» Relativement aux cicatrices veineuses, je puis résumer, dans les propositions suivantes, les résultats de mes recherches :

» 1°. Les cicatrices des plaies veineuses se font comme celles des artères, c'est-à-dire par un caillot de fibrine, qui bouche la plaie, et finit par s'organiser et se souder au pourtour de la blessure, pour former une pièce en ampoule.

» 2°. L'ampoule veineuse qui existe à la suite d'une blessure n'est qu'une soudure de cicatrice distendue par la faible impulsion du sang veineux;

» 3°. Cette ampoule n'est pas une hernie de la membrane interne, comme

ou le croit généralement, et comme on serait tenté de le croire en observant une veine insufflée.

» 4°. Mes expériences, et quelques faits observés sur l'homme, prouvent que les cicatrices veineuses se font sur l'homme comme sur les animaux.

» 5°. La seule conséquence pratique à tirer de ce fait, c'est la nécessité de bien soutenir la compression, deux ou trois jours et plus après la blessure d'une veine: »

PHYSIQUE. — *Nouvel instrument destiné à indiquer la richesse en crème du lait ; par M. DONNÉ.*

(Commissaires, MM. Chevreul, Regnault, Séguier.)

« Ce nouvel instrument, auquel je donne le nom de *lactoscope*, dit l'auteur dans la Lettre qui accompagne cet envoi, est destiné à indiquer immédiatement la richesse en crème de toute espèce de lait; je donnerai ici quelques détails sur sa construction, en attendant la lecture d'un Mémoire, pour lequel je suis inscrit, sur ce sujet.

» Aucun procédé, jusqu'ici, n'est propre à donner immédiatement, et avec exactitude, l'indication de la richesse du lait en crème; on sait combien l'aréomètre ou pèse-lait est infidèle: le lait étant un liquide complexe, dans lequel des substances diverses sont, les unes dissoutes, les autres suspendues, la densité n'est qu'une résultante et ne peut servir à estimer la proportion de l'élément en suspension; aussi, après avoir enlevé la crème du lait, il suffit d'y ajouter de l'eau, pour retrouver la densité normale du lait pur. Quant à la mesure de la couche de crème dans une éprouvette graduée, elle ne garantit pas non plus contre l'addition de l'eau, attendu que l'eau mêlée au lait a la propriété de favoriser l'ascension de la crème; d'où il résulte que du lait affaibli par l'eau présente plus de crème, en apparence, que le même lait pur: ces deux procédés concourent donc à favoriser la fraude plutôt qu'à la prévenir.

» L'instrument que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie résout, je crois, entièrement la question.

» Le principe de cet instrument repose sur une propriété inhérente à la constitution même du lait. Le lait doit sa couleur blanche et mate aux globules de matière grasse ou butyreuse qu'il contient; plus ces globules sont nombreux plus le lait est opaque, et plus, en même temps, il est riche en partie grasse ou en crème. L'opacité du lait étant en rapport avec la proportion de son

élément principal, la crème, la mesure de cette opacité, peut donc donner indirectement la mesure de la richesse de ce liquide.

» Mais le degré d'opacité du lait ne peut être apprécié sur une masse de liquide; il ne peut se mesurer que sur des couches très-minces, et c'est ce qui a lieu avec l'instrument que je propose: il est combiné de telle sorte, que le lait peut y être examiné en couches de toute épaisseur, depuis la plus mince, à travers laquelle on distingue clairement tous les objets, jusqu'à celle qui ne laisse plus rien apercevoir; il donne la richesse du lait, en indiquant le degré d'opacité auquel répond l'indication de la proportion de crème.

» Je renonce à donner ici de mon lactoscope une description détaillée qui serait difficilement suivie; il suffira de dire qu'il se compose essentiellement de deux glaces parallèles, qui se rapprochent l'une de l'autre jusqu'au contact, ou s'éloignent plus ou moins à volonté; le lait est introduit entre ces deux lames de verres, et la flamme d'une bougie sert de point de mire pour juger de l'opacité; le degré d'écartement des deux verres, ou, en d'autres termes, l'épaisseur de la couche de lait est indiquée par un cercle divisé, auquel répond un tableau marquant la proportion de crème pour chaque division.

» On peut s'assurer de la sensibilité de l'instrument, en ajoutant une petite quantité d'eau ou d'eau de son au lait; il suffit d'un vingtième de cette eau pour changer le degré de transparence du lait.

» L'instrument a été construit par M. Soleil, opticien, avec autant de soin que de précision, et je puis mettre à la disposition des Commissaires une douzaine d'appareils marchant ensemble et parfaitement comparables. »

MÉDECINE. — *Sur les causes des maladies qui affectent les ouvriers dans les manufactures et les personnes exerçant des professions sédentaires, et sur les moyens de prévenir le développement de ces affections; par M. FOURCAULT.*

L'auteur résume dans les termes suivants les principales conséquences auxquelles l'ont conduit les recherches qui font l'objet de son Mémoire.

« 1°. Les causes générales des maladies chroniques observées dans les manufactures, dans les prisons, dans les pénitenciers, dans les hospices, dans les maisons d'éducation, comme dans les lieux bas et humides, agissent principalement sur le peau.

» 2°. La ventilation et l'exercice musculaire sont les moyens les plus effi-

caces pour prévenir le développement de ces maladies; pour en arrêter les progrès, la méthode qui réussit le plus généralement consiste dans l'emploi des moyens propres à rétablir l'activité des fonctions de la peau, et surtout la transpiration insensible.... »

Sur la demande de l'auteur, ce *Mémoire* est renvoyé, avec plusieurs autres récemment présentés par lui, à l'examen de la Commission chargée de faire le rapport sur les pièces adressées pour le concours aux prix de Médecine et de Chirurgie de la fondation Montyon.

M. FAYET adresse pour le concours au prix de Statistique un grand travail intitulé : « Essai sur la Statistique intellectuelle et morale de la France. »

(Renvoi à la Commission du prix de Statistique.)

M. SALMON envoie de Marseille un *Mémoire* sur la composition d'une nouvelle poudre désinfectante destinée, comme celle qu'il employait précédemment, à la confection d'un engrais animal, mais qui a sur celle-ci, suivant l'inventeur, l'avantage de ne contenir qu'une très-petite quantité de matière terreuse.

(Renvoi à la Commission du concours pour le prix concernant les Arts insalubres.)

M. DUCROS adresse comme pièce à consulter pour la Commission à laquelle ont été renvoyés plusieurs *Mémoires* successivement présentés par lui, une thèse soutenue à l'École de Pharmacie par M. Saint-Genez, et dans laquelle est exposé un travail qui lui est commun avec ce pharmacien, savoir, une série d'expériences tendant à prouver que « l'action médicamenteuse de la plupart des remèdes, et surtout des alcalis végétaux, s'exerce sur le cerveau et la moelle épinière par ébranlement nerveux, même avant que l'absorption ait pu avoir lieu. »

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

M. MICHELET transmet un spécimen de *dorure* sur papier, dans lequel l'artiste, M. Annois, a cherché à reproduire les effets de la dorure des anciens manuscrits à vignettes, et par un procédé qu'il croit être le même que celui qui était alors employé.

(Commissaires, MM. Payen, Séguier.)

M. **PALLAS** demande qu'un Mémoire qu'il avait soumis l'an passé au jugement de l'Académie, et qui a pour titre : *Influence de la fructification sur les phénomènes nutritifs de certains végétaux*, soit admis à concourir pour le prix de Physiologie expérimentale.

(Renvoi à la Commission chargée de l'examen des pièces adressées au concours pour le prix de Physiologie expérimentale.)

M. **DUHAMEL** est ajoint à la Commission chargée d'examiner diverses communications de M. *Durand* relatives à des questions de physique générale; il remplacera dans cette Commission M. Babinet, qui a demandé à n'en plus faire partie.

CORRESPONDANCE.

M. le **MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE** transmet ampliation de l'ordonnance royale, qui confirme la nomination de M. **RAYER** à la place devenue vacante dans la Section d'Économie rurale par suite du décès de M. *de Morel-Vindé*.

Sur l'invitation de M. le Président, M. Rayer vient prendre place parmi ses confrères.

M. **FLOURENS**, en présentant un « Traité des maladies des enfants » (voir au *Bulletin bibliographique*), que viennent de publier MM. *Rilliet et Barthez*, donne une idée du plan que se sont proposé les auteurs, et des ressources qu'ils ont eues pour l'exécuter. Attachés pendant plusieurs années à l'hôpital des enfants, MM. *Rilliet et Barthez* ont entrepris dès 1837 leur travail, qui est principalement relatif aux maladies de cette période de la vie comprise entre la fin de la première année et la puberté. Des diverses monographies dont se compose ce Traité, plusieurs avaient été déjà publiées séparément de 1828 à 1842; toutes ont pour bases des observations recueillies au lit du malade, et dans aucun cas on n'a conclu de ce qui a lieu chez l'adulte à ce qui doit être chez l'enfant.

M. **ARAGO** annonce qu'en vertu d'un arrêté de M. le Ministre de la Marine, un ingénieur hydrographe résidera à poste fixe dans notre nouvel établissement des îles Marquises. Le séjour prolongé dans ces parages d'un homme instruit et exercé aux observations de physique ne pouvant manquer de fournir à la science des éléments précieux, il serait à désirer que la

personne désignée par l'administration de la Marine fût pourvue des instruments les plus nécessaires, et peut-être aussi conviendrait-il que son attention fût appelée sur certaines questions pour lesquelles on manque encore de données suffisantes. Une Commission nommée par l'Académie pourrait aviser aux moyens de rendre aussi efficaces que possible, dans cette occasion, le zèle et la capacité dont MM. les ingénieurs hydrographes ont déjà donné tant de preuves.

M. DE BLAINVILLE demande que la Commission qui va être nommée à cet effet ne perde pas de vue les avantages qui peuvent résulter pour l'histoire naturelle proprement dite, du séjour d'un observateur aux îles Marquises.

Une Commission, composée de MM. Arago, de Blainville, Adolphe Brongniart, Boussingault, et Duperrey, est chargée de rédiger des instructions sur les observations à faire et d'aviser aux moyens d'exécution.

M. VELPEAU prie l'Académie de le comprendre dans le nombre des candidats pour la place vacante dans la section de Médecine et Chirurgie, par suite du décès de M. Larrey. M. Velpeau adresse en même temps une Notice imprimée sur ses travaux et mentionne dans sa Lettre ceux qui lui paraissent de nature à devoir fixer plus particulièrement l'attention de l'Académie.

M. BOURGERY adresse une semblable demande. « Si je ne m'abuse, dit-il, les applications les plus précises de mes recherches, et les ouvrages considérables que j'ai publiés en chirurgie, doivent justifier plus particulièrement aux yeux de l'Académie la nouvelle candidature à laquelle je me présente. »

Ces deux Lettres sont renvoyées à la Section de Médecine et de Chirurgie.

PHYSIOLOGIE. — *Nouvelles expériences sur la torpille.* (Extrait d'une Lettre de M. MATTEUCCI à M. de Blainville.)

« J'espère que vous ne serez pas fâché d'apprendre plusieurs observations très-curieuses que j'ai faites dernièrement sur la torpille et qui viennent confirmer lumineusement vos idées et celles que j'ai émises moi-même en établissant le parallélisme entre la contraction musculaire et la décharge électrique. J'ai introduit dans l'estomac d'une torpille vivante une petite quantité d'une solution aqueuse d'opium. J'ai fait la même chose sur une autre torpille en employant une solution alcoolique de noix vomique. Peu de temps après, j'ai retiré de l'eau les deux poissons, qu'on aurait dits morts. J'ai dis-

posé sur le dos de ces deux poissons les grenouilles préparées et le galvanomètre. Voici ce que j'ai observé en présence de mon collègue M. Piria et de plusieurs de mes élèves. Les deux poissons étaient dans l'état où l'on trouve souvent les grenouilles soumises au même traitement. Si on touche légèrement l'animal ou seulement le plan sur lequel il est posé, on le voit se contracter. La torpille, à peine touchée et dans un point quelconque, donnait la décharge, tandis qu'avant il fallait l'irriter fortement. La ressemblance est parfaite.

» J'ai découvert le cerveau d'une torpille très-affaiblie; j'ai appliqué une solution alcaline de potasse sur le quatrième lobe. Le poisson est mort en donnant de très-fortes décharges.

» J'ai enlevé rapidement l'organe électrique à une torpille vivante, et j'ai disposé sur cet organe des grenouilles préparées. En coupant avec un couteau introduit dans l'organe les filaments nerveux les plus petits, on voyait les grenouilles sauter, et tantôt l'une, tantôt l'autre, suivant l'endroit coupé. Je n'avais jamais aussi bien vu l'action limitée des filaments nerveux.

» De même, je n'avais jamais si bien vu l'action singulière du lobe électrique. J'ai reçu six torpilles qui avaient voyagé la nuit; elles étaient en apparence inertes, et, malgré toutes les irritations, il m'a été impossible d'obtenir la décharge; c'était l'influence du froid qui les avait tuées. J'ai découvert le cerveau, et, en touchant le quatrième lobe, j'ai obtenu de très-fortes décharges. M. Piria était présent à cette expérience.

» J'ai coupé en tous les sens l'organe d'une torpille vivante, et j'ai appliqué en différents points les extrémités du galvanomètre; la direction du courant est toujours, des points voisins du dos aux points rapprochés du bas-ventre. Il est impossible d'admettre la moindre analogie entre les piles, les spirales d'induction, les batteries et l'organe électrique. »

CHIMIE. — *Nouveaux acides organiques contenant du chrome.* Lettre de M. MALAGUTI à M. Dumas.

« Rennes, 2 janvier 1843.

» Mon travail sur les *chromacides* avance beaucoup, et peut se résumer en deux propositions :

» 1°. L'oxyde de chrome, et probablement tous les oxydes de même formule, peuvent, en se combinant à des acides organiques, donner naissance à des composés qui, loin d'être des sels, sont de véritables acides;

» 2°. L'oxyde de chrome, en se combinant à l'état naissant à certains

acides organiques, sous l'influence d'actions désoxydantes, peut prendre la place de 4 équivalents d'hydrogène, qui est éliminé sous la forme d'eau.

» Voici les exemples à l'appui de ces deux propositions :

Bichromate de potasse et acide oxalique,



Bichromate de potasse et acide citrique,



Bichromate de potasse et acide tartrique,



Bichromate de potasse et acide mucique,



» Tous ces nouveaux sels, soumis à des doubles décompositions, échangent leurs bases contre de nouvelles bases; mais l'oxyde de chrome et l'acide sont inséparables, et peuvent être isolés avec les propriétés communes aux acides.

» Si je ne m'abuse pas, le fait bien positif qu'une molécule d'oxyde de chrome remplace quatre molécules d'hydrogène paraît indiquer que l'équivalent de chrome est double de ce qu'on admet ordinairement, et que, par conséquent, la formule de l'oxyde de chrome est CrO^3 , et celle de l'acide chromique CrO^6 . S'il en est ainsi, le peroxyde de fer devient FeO^3 , et par conséquent le protoxyde de fer devient FeO^2 , et tous les oxydes isomorphes avec le protoxyde de fer changent leur formule dans le même sens.

» Dans ma première proposition, je suppose que les oxydes de même formule que l'oxyde de chrome, partagent avec celui-ci les mêmes propriétés. Cette idée m'a été suggérée par les réactions de l'émétique de l'antimoine et de l'émétique du fer, qui ressemblent beaucoup aux réactions de mes chromosels. En effet, vous-même, vous avez préparé par double décomposition l'émétique du plomb et l'émétique de l'argent; et pour cela, vous avez remplacé la base de l'émétique par une autre base, sans toucher à l'oxyde d'antimoine. Lorsqu'on verse un acide sur l'émétique du fer, il y a précipitation de tartrate de fer, qui, jouant le rôle d'un acide, est chassé de ces combinaisons par un autre acide plus fort que lui; l'émétique de l'antimoine se comporte à peu près de la même manière.

» Il me semble qu'en considérant l'émétique de l'antimoine comme un stibiotartrate, on répand un jour satisfaisant sur la constitution des émétiques. Les émétiques de l'arsenic, du bore, du fer, etc., etc., deviennent des borotartrates, des arséniotartrates, des ferrotartrates.

» J'ai préparé l'émétique du chrome en saturant par l'oxyde de chrome la

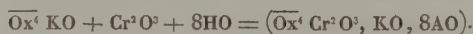
crème de tartre. J'ai obtenu un sel qui ressemble beaucoup à mon chromotartrate de potasse; mais il en diffère en ce que, projeté sur les charbons ardents, il répand l'odeur propre aux tartrates en combustion, tandis que le chromotartrate de potasse ne répand pas cette odeur. Différence naturelle, car le chromotartrate ci-dessus renferme 4 équivalents d'hydrogène de moins que l'émétique du chrome.

» En travaillant mes chromosels, j'ai trouvé des procédés fort élégants pour préparer des produits difficiles à obtenir par les procédés connus.

» En saturant du bioxalate de potasse par de l'oxyde de chrome, on obtient immédiatement ce beau sel bleu découvert par Gregory et illustré par Brewster,



» En saturant le quadroxalate de potasse par de l'oxyde de chrome, on obtient le chromoxalate de potasse,



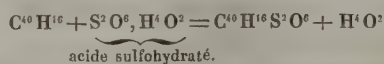
» En saturant de gaz sulfureux une dissolution de bichromate de potasse, et en versant sur cette dissolution de l'acide sulfurique jusqu'à ce qu'il y ait effervescence, on obtient, par l'évaporation spontanée, de l'alun de chrome.»

(CHIMIE. — *Action de l'acide sulfurique sur les matières organiques.* (Lettre de M. GERHARDT à M. Dumas.)

« Montpellier, 30 janvier 1843.

» Mes recherches sur les sels sulfo-végétaux me donnent déjà assez de satisfaction; j'en ai préparé plusieurs que l'on ne connaît pas encore (tels que sulfo-créosotate, sulfo-cubébate, etc.), et je crois être arrivé à la loi générale suivante :

» S^2O^6 ou un multiple se combine avec 1 équiv. de substance organique, en même temps que H^4O^2 sont éliminés.



Mais lorsque la substance organique est neutre (hydrogène carboné, huile essentielle, etc.), l'acide produit est *monobasique*.

» Lorsque la substance organique est déjà elle-même un *acide monobasique*, le produit est un *acide bibasique* (acides sulfobenzoïque, sulfoacétique).

» Lorsque la substance organique est un *acide bibasique*, le produit de sa combinaison est un *acide tribasique* (ex., acide sulfosuccinique).

» De nouvelles réflexions sur les équivalents proposés par moi, pour l'eau et l'acide carbonique H^4O^2 et C^4O^4 , m'ont enfin conduit à reconnaître que les formules du plus grand nombre des substances organiques (celles surtout à 4 volumes de vapeur) sont de moitié trop grandes, comparativement aux formules adoptées pour exprimer les équivalents des substances minérales. C'est de là que vient cette particularité. Mon assertion est donc entièrement fondée. Je suis arrivé à démontrer que l'acide acétique, par exemple, n'est point $\text{C}^4\text{H}^8\text{O}^4$,

mais. $\text{C}^2\text{H}^2\text{O}^2$;
 L'acétate d'argent. $\text{C}^2(\text{H}^2\text{Ag})\text{O}^2$;
 L'acide chloracétique. $\text{C}^2(\text{HCl}^2)\text{O}^2$;
 Le chloracétate d'argent. $\text{C}^2(\text{AgCl}^2)\text{O}^2$.

» (Les symboles expriment des équivalents), l'oxygène étant 100, l'équivalent de l'eau étant $\text{H}^2\text{O} = 112,5$; atome, volume et équivalent étant synonymes. Les oxydes métalliques correspondant à l'eau, sont K^2O , Na^2O , Ag^2O , etc.

» D'après cela, je tiens la preuve la plus directe, la plus positive, qu'il n'existe pas d'eau dans nos acides (puisque l'acide chloracétique ne renferme qu'un seul équivalent d'hydrogène, et que l'eau en renferme deux), et point d'oxydes dans nos sels. Ce fait est entièrement contraire à la théorie électrochimique, et il ne nous reste plus qu'à représenter les sels d'après votre théorie des types.

» Voici d'ailleurs un fait qui s'accorde entièrement avec cette manière de voir.

» 1°. Lorsqu'une substance minérale dont l'équivalent est représenté par 2 volumes de vapeur (SO^2 , SO^3 , H^2O , H^2S , C^2O , C^2O^2) se combine avec une substance organique ayant 4 vol. de vapeur, vous voyez toujours deux fois 2 vol. = 4 vol. de cette substance minérale se combiner avec cette substance organique; la même chose s'observe lorsque ces mêmes substances minérales se séparent de la substance organique. Ainsi S^2O^4 , S^2O^6 , H^4O^2 , C^4O^4 , etc., entrent en combinaison avec elle ou s'en séparent (isatosulfites, thionidrates, sels sulfovégétaux, formation des hydrogènes carbonés, etc.)

» Lorsqu'une substance minérale dont l'équivalent est représenté par deux volumes se combine avec une substance organique ayant pareillement 2 vol. (vous savez que le nombre en est fort petit), 2 volumes de la première se combinent avec 2 vol. de la seconde, ou volumes égaux se combinent. Il en est de même quand la substance minérale se sépare de la substance organique.

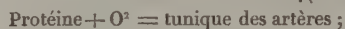
» 2°. Lorsqu'une substance minérale ayant 4 volumes de vapeur (H^2Cl^2 , H^2Br^2 , Az^2H^6 , etc.) se combine avec une substance organique ayant pareillement 4 volumes, ou qu'elle s'en sépare, la combinaison ou la décomposition s'effectue par volumes égaux. H^2Cl^2 correspond ici à H^4O^2 , dans le premier cas, comme je l'ai déjà fait observer dans mon Mémoire sur l'essence de valériane, à propos du bornéene, en parlant des campbres.

» Lorsqu'une substance minérale ayant 4 vol. se combine avec une substance organique ayant 2 vol., 4 vol. de la première se combinent avec 2 fois $2 = 4$ vol. de la seconde (ou s'en séparent).

» On peut aisément faire disparaître ces anomalies en représentant les équivalents des substances organiques par 2 vol. de vapeur, en se basant ainsi sur les formules de chimie minérale; ou bien en représentant les équivalents des substances minérales par 4 vol., en partant des formules organiques.

» A la première occasion, je développerai ces faits d'une manière complète. *Pour moi, il est démontré que nos formules organiques sont pour la plupart de moitié trop fortes comparativement aux formules minérales*, l'oxygène étant = 100.

» J'ai lu avec un vif intérêt votre Mémoire sur les matières azotées de l'organisation. J'ai profité de vos expériences pour établir une relation entre les principes du sang et les tissus de l'organisme :



ZOOLOGIE. — *Observations sur la production de chaleur chez les Mollusques, et sur la génération de la Salamandre terrestre; par M. JOLY.* (Extrait d'une Lettre adressée à M. Milne Edwards.)

« Le 14 août de l'année dernière, je pris dans le canal du Midi quelques-unes des *Paludina vivipara* (Lam.) et des *Anodonta cygnea* (Lam.) qui s'y trouvent en abondance, et je les mis séparément dans deux vases peu profonds, que je remplis d'eau jusqu'au bord. Je renouvelai de temps en temps le liquide, mais je ne donnai aucun autre aliment à mes prisonnières, qui,

après trois mois de ce régime, ne m'en parurent nullement affaiblies. Le 9 novembre le thermomètre descendit à plusieurs degrés au-dessous de zéro, et je trouvai mes Paludines et mes Anodontes entourées d'un épais glaçon. Désireux de m'assurer si elles avaient pu résister au froid, je fis dégeler lentement le liquide, et je fus surpris de les trouver toutes vivantes. La plupart des Anodontes (il y en avait une dizaine) vécurent encore jusqu'au 28 novembre; le 10 décembre, toutes avaient succombé. A cette dernière époque, aucune de mes Paludines n'avait péri; bien plus, deux d'entre elles avaient fait des petits trois jours après la congélation à laquelle avait été soumis le liquide où elles étaient plongées. Enfin ces mêmes Paludines ont supporté, vers le milieu du mois de janvier, une seconde congélation, et l'une d'elles a mis au monde des jeunes aujourd'hui bien portants. Une seule femelle a péri pendant l'expérience, et il est à noter que sa coquille avait été, le 18 décembre, limée et percée sur le dernier tour de spire, et qu'aucun travail réparateur n'avait commencé sur cette partie au moment où l'animal a péri. La perforation artificielle de la coquille ne doit pas avoir été, çæ me semble, étrangère à la mort de cette *Paludine*. »

Le second fait annoncé par M. Joly est relatif à la reproduction de la Salamandre terrestre (*Salamandra maculosa*), dont un individu observé par l'auteur a donné naissance, en un seul jour, à vingt-cinq petits vivants.

MÉDECINE. — *Note sur l'hydrophobie dans le nord de l'Afrique ;*
par M. GUYON.

« Depuis que nous occupons l'Algérie, deux cas d'hydrophobie y avaient été observés, le premier à Tlemcen, sur un jeune Maure, en 1836; l'autre, l'année suivante, à Oran, sur un enfant israélite. Un troisième cas vient de s'y présenter, et cette fois dans la capitale de nos possessions. Le sujet était un jardinier mahonais, d'environ quarante ans, qui mourut dans la nuit du 18 au 19 novembre dernier, quarante-huit heures après l'invasion des premiers symptômes hydrophobiques. Il avait été mordu dans les environs d'Alger, il y avait deux mois et demi à trois mois. Le médecin traitant, M. le docteur Miguérès, chercha à s'assurer de l'existence des vésicules qui ont été signalées sous la langue, dans l'hydrophobie, par un médecin italien : il n'aperçut absolument rien, malgré l'examen le plus attentif.

» Nos premiers documents sur l'existence de l'hydrophobie dans le nord de l'Afrique remontent à une époque assez reculée : ils datent du temps de deux auteurs africains et à peu près contemporains, saint Augustin et Apu-

lée, qui tous deux mentionnent l'hydrophobie, le premier dans sa *Cité de Dieu*, livre XXII; l'autre dans son *Ane d'or*, livre III. Nous voyons même, dans le dernier, que le symptôme le plus caractéristique de la maladie n'était pas moins connu des médecins africains d'alors que de ceux d'aujourd'hui....

» Rappelons, puisque nous en trouvons l'occasion, une opinion assez généralement répandue en Europe, savoir, que l'hydrophobie serait inconnue dans les pays chauds. Nous venons de voir ce qui en est de cette opinion pour le nord de l'Afrique; elle n'est pas plus vraie pour des climats plus chauds encore, même pour la zone torride.

» L'hydrophobie existait à la Guadeloupe dans les premières années de ce siècle : une jeune créole de la Basse-Terre, chef-lieu de l'île, en fut atteinte à cette époque, et la population ne l'avait pas encore oublié en 1824, alors que j'étais dans le pays.

» L'hydrophobie ne s'était pas vue à la Martinique depuis la fin du siècle dernier lorsqu'elle s'y remontra en 1826 avec des circonstances qui lui donnèrent un grand éclat. A cette époque, trois personnes de Saint-Pierre, capitale de l'île, furent successivement mordues par un chien enragé. De ces trois individus deux moururent; le troisième, qui avait fait cautériser immédiatement sa blessure, n'éprouva aucun accident.

» Malgré les faits que nous venons de rapporter, sur l'existence de l'hydrophobie dans les climats chauds, il paraîtrait qu'elle n'aurait pas encore été vue en Egypte, et c'est ce que vient d'assurer de nouveau M. Clot-Bey, qui signale dans le même ouvrage (1), la rareté du tétanos en Egypte. M. Clot annonce n'avoir encore observé dans ce pays, où il est depuis si longtemps, aucun cas de tétanos spontané, et il ajoute que les cas de tétanos traumatique, parvenus à sa connaissance, se bornent à deux. Or, dans le nord de l'Afrique occidentale, le tétanos spontané n'est pas rare, et on peut dire que le traumatique y est assez fréquent. Au moment où j'écris, deux militaires viennent de succomber à cette dernière affection, l'un à Alger, l'autre dans le cours des dernières opérations de nos troupes, entre *Milianah* et *Ténès*.

» Le premier était un soldat du génie, qui n'était en Afrique que depuis quinze jours. La maladie se déclara par suite d'une très-légère piqure à la plante des pieds, faite par un clou, quatre ou cinq jours auparavant. L'autre militaire était un grenadier du 53^e de ligne, qui avait eu les chairs de l'avant-bras traversées par une balle. La maladie s'était développée sous l'influence

(1) *Aperçu général sur l'Égypte*, t. II, p. 378.

d'un refroidissement que le militaire éprouva dans la nuit du 17 au 18 décembre, pendant laquelle le thermomètre était descendu à 5° centigrades au-dessous de zéro.

» Admettant la non-existence de l'hydrophobie en Égypte d'une part et de l'autre la rareté du tétanos dans le même pays, nous serions conduits à reconnaître qu'il existe quelque différence dans la nature du climat entre l'Égypte et le nord de l'Afrique occidentale; mais il est bien d'autres phénomènes pathologiques qui s'observent dans l'une de ces contrées, et qui sont inconnus dans l'autre, qui pourraient nous conduire à la même induction. Qu'il nous suffise de citer pour exemple la peste qui règne endémiquement en Égypte, tandis qu'elle est absolument étrangère au nord de l'Afrique occidentale, où elle ne se voit jamais, de même qu'en Europe, que lorsqu'elle y a été importée. »

CHIRURGIE. — *Sur la question de priorité concernant la torsion des artères.*

Lettre de M. THIERRY.

« Je n'ai jamais contesté à M. Amussat la valeur de son procédé; mais, quelle que soit mon indifférence pour une question de priorité, je ne puis pas faire qu'à l'occasion d'un concours pour la place de prosecteur à la Faculté de Médecine de Paris, je n'aie parlé, en 1827, de la torsion des artères, ayant à répondre à cette question: *De la ligature des artères.*

» J'avais cru que la courte citation de ma question écrite pour le concours du Bureau central suffirait pour prouver que j'avais pensé à la torsion des artères, comme méthode applicable à l'homme, avant le 1^{er} juin 1829. Déjà, avant cette époque, j'avais appliqué la torsion sur des animaux; aujourd'hui je crois nécessaire de citer tout un paragraphe de ma question, qui prouve que la citation que j'ai faite n'est pas une phrase isolée, mais que c'est bien une conclusion sérieuse.

Du traitement de l'anévrisme.

« On a fait tant de recherches sur la ligature des artères, qu'on devrait bien
 » savoir comment on doit faire ces opérations; il n'en est rien, tous ces tra-
 » vaux sont restés seulement à l'état incomplet. Ainsi, faut-il préférer les li-
 » gatures plates aux ligatures rondes, lier l'artère sur du linge ou sur du bois,
 » l'aplatir ou la rompre sans la lier? Je vais avoir l'honneur de soumettre à
 » mes juges quelques observations sur la manière de lier les artères.

» Je crois que la plupart des ligatures sont trop épaisses, trop fortes, qu'elles

sejourner trop longtemps dans les plaies. Ne pourrait-on pas obtenir un lien qui serait absorbé par l'individu, ou bien qui aurait la propriété de se détruire de lui-même au bout d'un certain temps ? Par exemple, des ligatures avec des substances chimiques qui se désorganiseraient d'elles-mêmes. Je suis presque persuadé que, si l'on pouvait obtenir des ligatures d'une nature spéciale, propres à remplir l'indication que je propose, on sauverait tous les amputés et la plupart des individus auxquels on est obligé de lier une artère.

» Si la chimie ne nous fournit rien, il faut trouver une méthode qui ne laisse rien dans les plaies. Il faut alors tordre ou rompre l'artère.

» On n'a jamais observé d'écoulement de sang après l'arrachement des membres; les artères sont insensibles : on évite chez les animaux tout écoulement de sang en arrachant les artères après leur avoir fait éprouver un léger mouvement de torsion. Pourrait-on se servir de ce moyen ? »

M. DE LA RIVE adresse ses remerciements à l'Académie, qui, dans sa dernière séance annuelle, lui a décerné un prix pour le nouveau procédé de dorage dont il est l'inventeur.

M. NÉGRER, qui, dans la même séance, a obtenu une mention honorable pour ses « Recherches sur les ovaires de l'espèce humaine, considérés spécialement dans leur influence sur la menstruation », adresse également ses remerciements à l'Académie, et annonce que de nouvelles observations ont contribué à mieux établir l'opinion qu'il avait avancée dans son premier travail sur l'hystérie considérée comme résultat d'une affection congestive des ovaires.

M. WALSH adresse une nouvelle Note relative à la quadrature des courbes.

M. CHAVAGNEUX adresse un paquet cacheté; l'Académie en accepte le dépôt.

A 4 heures trois quarts l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géométrie, par l'organe de son doyen, M. LACROIX, pro

pose de déclarer qu'il y a lieu de nommer à la place vacante dans le sein de cette Section par suite du décès de M. *Puissant*.

L'Académie, consultée par voie de scrutin sur cette question, la résout par l'affirmative, à une majorité de 33 voix contre 1.

En conséquence, la Section présentera, dans la séance prochaine, une liste de candidats.

La séance est levée à 5 heures et demie.

F.

ERRATUM. (Séance du 13 février 1843.)

Page 378, ligne 2 en remontant, au lieu de $B(p, q) = B(p + q, q) \dots$,
lisez $B(p, q) = B(p + r, q) \dots$

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences ; 1^{er} semestre 1843 ; n° 7 ; in-4°.

Annales des Sciences naturelles ; janvier 1843 ; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine ; tome VIII, n° 10.

Société royale et centrale d'Agriculture. Bulletin des séances, compte rendu mensuel ; par M. SOULANGE BODIN ; tome III, n° 3 ; in-8°.

Voyages de la Commission scientifique du Nord en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feroë, sous la direction de M. GAIMARD ; 3^e livr. ; in-folio.

Coquilles et Echinodermes fossiles de Colombie, Nouvelle-Grenade, recueil de 1821 à 1833, par M. BOUSSINGAULT, et décrits par M. D'ORBIGNY ; in-4°.

Troisième Mémoire sur la possibilité d'établir un Anus artificiel sur le colon lombaire gauche sans ouvrir le péritoine, chez les enfants imperforés ; par M. AMUSSAT ; in-8°.

Notice sur les Travaux scientifiques de M. AMUSSAT ; in-4°.

Traité clinique et pratique des Maladies des Enfants ; par MM. RILLIET et BARTHEZ ; tome II ; in-8°.

Nouvelles expérimentations sur les alcalis végétaux, effets obtenus ; Thèse, par M. S. GENEZ ; in-4°.

Annales de la Chirurgie française et étrangère ; février 1843 ; in-8°.

Annales des Sciences géologiques ; décembre 1842 ; in-8°.

Journal de Médecine pratique, ou Recueil des travaux de la Société de Médecine de Bordeaux ; janvier à décembre 1842 ; in-8°.

Notice des Travaux de la Société de Médecine pratique de Bordeaux ; par M. BURGUET, secrétaire général ; in-8°.

Programme des Prix de la Société de Médecine pratique de Bordeaux, séance publique annuelle du samedi 19 novembre 1842 ; in-8°.

Le Mémorial, revue encyclopédique des Sciences ; n° 154, janvier 1843 ; in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques ; février 1843 ; in-8°.

Journal de la Société de Médecine pratique de Montpellier ; février 1843 ; in-8°.

Journal des Usines ; par M. VIOLLET ; janvier 1843 ; in-8°.

Seizième autographie. — Le moyen de brûler tous les combustibles sans air ou avec de l'eau, etc. ; par MM. DE PRÉCORBIN et LEGRIS ; in-8°.

On the... *Sur les ganglions et les autres parties nerveuses de l'Utérus ; par M. R. LEE, professeur d'accouchement à l'hôpital Saint-Georges. Londres, 1842 ; in-4°.* (Cet ouvrage est renvoyé à M. FLOURENS, pour un Rapport verbal.)

The Edinburgh... *Nouveau journal philosophique d'Édimbourg ; octobre 1842 à janvier 1843 ; in-8°.*

Gazette médicale de Paris ; t. II, n° 7.

Gazette des Hôpitaux ; t. V, nos 19 à 21.

L'Expérience ; n° 294.

L'Écho du Monde savant ; nos 13 et 14 ; in-4°.

L'Examineur médical ; n° 16.

L'Ancre ; 7^e année, nos 355 et 356.

